

Le tecniche D.O.E sono un insieme di strumenti statistici utilizzati per:

- Individuare i parametri (condizioni operative, condizioni di allestimento, componenti) più influenti su un risultato (caratteristica/prestazione)
- Il relativo peso
- Il modello matematico che esprime il legame tra condizioni operative e risultato.

Queste tecniche si possono applicare:

- In produzione, per migliorare processi esistenti (riduzione scarti)
- In progettazione, per progettare processi stabili (robusti) e prodotti conformi ai bisogni del cliente
- In qualunque settore merceologico

Design of Experiments

Applicazioni in Italia

Fattore merceologico	Area aziendale	Problematica
Alimentare	Produzione/ricerca sviluppo	Riduzione sovrappeso prodotti dolciari
Automobilistico	Progettazione Produzione	Miglioramento impianto frenante Miglioramento impianto condizionamento Ottimizzazione verniciatura
Chimico	Produzione Ricerca	Riduzione difettosità interna ed esterna prodotti chimici Individuazione formulazione ottimale per detersivi
Componentistica	Produzione	Riduzione vibrazione motori elettrici
Aerospaziale	Produzione Progettazione	Ottimizzazione processi di saldatura Insonorizzazione
Gomma	Ricerca e progettaz. Produzione	Riduzione dispersione caratteristiche mescole per pneumatici Riduzione scarti interni
Tessile	Produzione/ricerca e sviluppo	Riduzione dispersione delle caratteristiche dei filati
Elettronico	Produzione	Riduzione dispersione quote di componenti del calcolatore

Design of Experiments

Dipartimento interessato			Tipo di rumore		
			Esterno	Interno	Tra unità e unità
CQ OFF	Ricerca e sviluppo	Progetto del sistema	⊙	⊙	⊙
		Progetto dei parametri	⊙	⊙	⊙
		Progetto delle toller.	○	⊙	⊙
LINE	Ingegneria di produzione	Progetto del sistema	x	x	⊙
		Progetto dei parametri	x	x	⊙
		Progetto delle toller.	x	x	⊙
CQ ON	Produzione	Diagnosi di processo e aggiustamento	x	x	⊙
		Previsione e correzione	x	x	⊙
		Misura ed azione	x	x	⊙
LINE	Contatti con clienti	Assistenza post-vendita	x	x	x

⊙ Possibile

○ Possibile, ma dovrebbe essere l'ultima risorsa

x Impossibile

ANOVA: CLASSIFICAZIONE DUPLICE CON PIU' MISURAZIONI PER CLASSE

Addetto	Macchina				Medie delle caselle.		
	Liv. +		Liv. -		Liv. +	Liv. -	
	Liv. +	19	20	22	24	21,25	19,5
Liv. -	25	24	19	18	21,5	24,5	18,5
	22		20,75		21,375		

SST = (19-media)^2 + (20-media)^2 + ... + (18-media)^2

Scarti	-2,375	-1,375	0,625	2,625
	3,625	2,625	-2,375	-3,375
Scarti^2	5,640625	1,890625	0,390625	6,890625
	13,14063	6,890625	5,640625	11,39063
Somma	51,875			

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{v=1}^k (x_{ijv} - \bar{x})^2$$

SS fra le righe = 2*2*[(media riga 1-media)^2 + (media riga 2-media)^2]

Scarti	-0,125	0,125
Scarti^2	0,015625	0,015625
Somma	0,03125	
2*2*Somma	0,125	

$$\sum_{j=1}^m \sum_{v=1}^k \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = m \cdot k \cdot \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

SS fra le colonne = 2*2*[(media colonna 1-media)^2 + (media colonna 2-media)^2]

Scarti	0,625	-0,625
Scarti^2	0,390625	0,390625
Somma	0,78125	
2*2*Somma	3,125	

$$m \cdot k \cdot \sum_{j=1}^m (\bar{x}_j - \bar{x})^2$$

SS di interazione = (19,5-21,25-22+media)^2 + (23-21,25-20,75+media)^2 + ...

Scarti^2	5,640625	5,640625	5,640625	5,640625
Somma	22,5625			
2*Somma	45,125			

$$k \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x})^2$$

SSE entro le classi (errore sperimentale) = (19-19,5)^2 + (20-19,5)^2 + (22-23)^2 + ...

Scarti	-0,5	0,5	-1	1
	0,5	-0,5	0,5	-0,5
Scarti^2	0,25	0,25	1	1
	0,25	0,25	0,25	0,25
Somma	3,5			

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{v=1}^k (x_{ijv} - \bar{x}_{ij})^2$$

TAG.XLS

VERIFICA DELL'IPOTESI: Significativa differenza fra i livelli per i fattori 1 e 2

$$SST = SSr + SSc + SSint + SSE$$

SST = 51,875

SSr = 0,125 g.l. 1

SSc = 3,125 g.l. 1

SSint = 45,125 g.l. 1

SSE = 3,5 g.l. 4

TOTALE = 51,875

SSr/g.l. 0,125 = MSr

SSc/g.l. 3,125 = MSC

SSint/g.l. 45,125 = MSint

SSE/g.l. 0,875 = MSE

F1 = MSr/MSE 0,142857

F2 = MSC/MSE 3,571429

F3 = MSint/MSE 51,57143

Dalle tavole:

F(1,4) = 21,2 ACCETTO

F(1,4) = 21,2 ACCETTO

F(1,4) = 21,2 RIFIUTO

CALCOLO DELLE SS TRAMITE METODI ABBREVIATI

$$SST = (19^2 + 20^2 + \dots + 18^2) - ((19 + 20 + \dots + 18)^2 / 8)$$

Quadrati	361	400	484	576
	625	576	361	324

Somma Quadrati 3707
 (Somma²)/8 3655,125

Som.Q.-Som²/8 51,875

$$SS \text{ fra le righe} = [(21,25)^2 + (21,5)^2] - (21,25 + 21,5)^2 / 2$$

Quadrati	451,5625
	462,25

Somma Qua 913,8125

(Somma²)/2 913,7813

Som.Q.-Som²/2 0,03125

$2 \cdot 2 \cdot (Som.Q. - Som^2/2)$ 0,125

$$SS \text{ fra le colonne} = [(22)^2 + (20,75)^2] - [(22 + 20,75)^2 / 2]$$

Quadrati	484
	430,5625

Somma Qua 914,5625

(Somma²)/2 913,7813

Som.Q.-Som²/2 0,78125

$2 \cdot 2 \cdot (Som.Q. - Som^2/2)$ 3,125

DISEGNO FATTORIALE

Addetto	Macchina	Interazione	Risposta	
			Mis. n.1	Mis. n.2
1	1	1	19	20
-1	1	-1	25	24
1	-1	-1	22	24
-1	-1	1	19	18

$$2^{(k-1)} = 2$$

Addetto	Macchina	Interazione	Respon. 1 + 2
1	1	1	39
-1	1	-1	49
1	-1	-1	46
-1	-1	1	37

	39	39	39
	-49	49	-49
	46	-46	-46
	-37	-37	37
Contrast	-1	5	-19
Contrast^2	1	25	361
Diviso $n \cdot 2^k =$	8	8	8
SS1,SS2,SSint	0,125	3,125	45,125

SSE viene calcolato come in precedenza

CORRISPONDENZA TRA ANOVA E REGRESSIONE

Esempio con ANOVA ad un fattore e più misurazioni per classi (cfr. Farnum esempio 13.1).

$c=5$

$i=6$

Marca 1	Marca 2	Marca 3	Marca 4	Marca 5
13,1	16,3	13,7	15,7	13,5
15	15,7	13,9	13,7	13,4
14	17,2	12,4	14,4	13,2
14,4	14,9	13,8	16	12,7
14	14,4	14,9	13,9	13,4
11,6	17,2	13,3	14,7	12,3

$$\text{Media generale} = \bar{\bar{x}} = \frac{\sum \sum x_{ij}}{n_T}$$

$$\text{Medie parziali} = \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5$$

$$SST = \sum \sum (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$$

$$\text{g.l.} = n_T - 1 = 30 - 1 = 29$$

$$SSB = n_1(\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}})^2 + n_2(\bar{x}_2 - \bar{\bar{x}})^2 + \dots + n_5(\bar{x}_5 - \bar{\bar{x}})^2$$

$$\text{g.l.} = c - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$SSE = \sum (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 + \sum (x_{i2} - \bar{x}_2)^2 + \dots + \sum (x_{i5} - \bar{x}_5)^2$$

$$\text{g.l.} = n_T - c = 25$$

$$F = \frac{MSB}{MSE}$$

$$F \text{ calcolato} = 7,714 / 0,914 = 8,44$$

$$\text{Dalle tavole } F_{0,01}(g.l.4; g.l.25) = 4,18$$

...per cui c'è una differenza significativa fra le marche.

GRADI DI LIBERTÀ

$$S^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sum_{i=1}^2 (x_i - \bar{x})^2 = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 = \left(x_1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \left(x_2 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 = \left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_2)^2$$

CORRISPONDENZA TRA ANOVA E REGRESSIONE

	G.l	SS	MS	F
Fattori	4	30.855	7.714	8.44
Errore	25	22.838	0.914	
Totale	29	53.694		

Livelli	N	Media	Deviazione Standard
M1	6	13.683	1.194
M2	6	15.950	1.167
M3	6	13.667	0.816
M4	6	14.733	0.940
M5	6	13.083	0.479

Il tutto può rivedersi sotto forma di un modello regressivo:

i	Yi	X1	X2	X3	X4
1	13.01	1	0	0	0
2	15	1	0	0	0
3	14	1	0	0	0
4	14.04	1	0	0	0
5	14	1	0	0	0
6	11.06	1	0	0	0
7	16.03	0	1	0	0
8	15.07	0	1	0	0
9	17.02	0	1	0	0
10	14.09	0	1	0	0
11	14.04	0	1	0	0
12	17.02	0	1	0	0
13	13.06	0	0	1	0
14	13.09	0	0	1	0
15	12.04	0	0	1	0
16	13.08	0	0	1	0
17	14.09	0	0	1	0
18	13.03	0	0	1	0
19	15.07	0	0	0	1
20	13.07	0	0	0	1
21	14.04	0	0	0	1
22	16.00	0	0	0	1
23	13.09	0	0	0	1
24	14.07	0	0	0	1
25	13.05	0	0	0	1
26	13.04	0	0	0	0
27	13.02	0	0	0	0
28	12.07	0	0	0	0
29	13.04	0	0	0	0
30	12.03	0	0	0	0

CORRISPONDENZA TRA ANOVA E REGRESSIONE

La X_1 vale uno se i risultati sono relativi all'applicazione del trattamento 1=marca 1

Vale zero negli altri casi.

La retta di regressione è:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4$$

$$Y = 13,1 + 0,6 X_1 + 2,87 X_2 + 0,583 X_3 + 1,65 X_4$$

Se c'è qualche β significativamente diverso da zero si può dire che c'è anche una differenza significativa fra le medie.

$$\begin{aligned}\mu_5 &= E(Y | X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0, X_4 = 0) \\ &= \beta_0 + \beta_1 (0) + \beta_2 (0) + \beta_3 (0) + \beta_4 (0) \\ &= \beta_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_1 &= E(Y | X_1 = 1, X_2 = 0, X_3 = 0, X_4 = 0) \\ &= \beta_0 + \beta_1 (1) + \beta_2 (0) + \beta_3 (0) + \beta_4 (0) \\ &= \beta_0 + \beta_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_2 &= E(Y | X_1 = 0, X_2 = 1, X_3 = 0, X_4 = 0) \\ &= \beta_0 + \beta_1 (0) + \beta_2 (1) + \beta_3 (0) + \beta_4 (0) \\ &= \beta_0 + \beta_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_3 &= E(Y | X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1, X_4 = 0) \\ &= \beta_0 + \beta_1 (0) + \beta_2 (0) + \beta_3 (1) + \beta_4 (0) \\ &= \beta_0 + \beta_3\end{aligned}$$

$$\mu_4 = \beta_0 + \beta_4$$

CORRISPONDENZA TRA ANOVA E REGRESSIONE

$$\mu_4 = \beta_0 + \beta_4$$

$$\hat{\beta}_0 = 13,0833$$

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 = 13,0833 + 0,6 = 13,6833$$

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 = 13,0833 + 2,8667 = 15,95$$

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3 = 13,0833 + 0,5833 = 13,66$$

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_4 = 13,0833 + 1,65 = 14,733$$

$$\beta_0 = \mu_5$$

$$\beta_1 = \mu_1 - \mu_5$$

$$\beta_2 = \mu_2 - \mu_5$$

$$\beta_3 = \mu_3 - \mu_5$$

$$\beta_4 = \mu_4 - \mu_5$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{x}_5$$

$$\hat{\beta}_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_5$$

$$\hat{\beta}_2 = \bar{x}_2 - \bar{x}_5$$

$$\hat{\beta}_3 = \bar{x}_3 - \bar{x}_5$$

$$\hat{\beta}_4 = \bar{x}_4 - \bar{x}_5$$

Se anche una sola β è significativa si può concludere che c'è una differenza fra le medie.

significativa

ANALISI DELLA MEDIA

L'analisi delle medie è un metodo per testare le differenze fra le medie di k campioni.

L'analisi delle medie confronta direttamente le medie stimate dei k campioni con la media generale, si differenzia quindi dalla ANOVA che confronta le variazioni stimate.

ANOM è più sensibile dell'ANOVA per determinare se una delle medie si differenzia significativamente dalle altre.

ANOM	ANOVA
<p>È un metodo grafico che confronta la media generale con le singole medie dei campioni.</p>	<p>Confronta la variazione all'interno dei campioni con la variazione tra le medie dei campioni.</p>
<p>Determina il fattore che ha effetto sul risultato</p> <p><i>Si può applicare solo AI FIXED-EFFECT MODELS</i></p>	<p>Determina l'esistenza di variazioni significative tra le medie dei campioni. Devono essere eseguite analisi addizionali per determinare quale fattore ha effetto sul risultato.</p>

ANOM STANDARD GIVEN

In questo caso la media e la varianza generali della popolazione da cui sono estratti i campioni sono note.

ANALISI DELLA MEDIA

L'obiettivo è quello di determinare le linee di decisione che ci permettono di accettare o di rifiutare l'ipotesi

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

Scelto il livello di rischio dell'analisi le linee di decisione saranno uguali:

$$\mu \pm Z_\alpha \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

specificare tramite il FARMV il significato del presente valore

ANOM NO STANDARD GIVEN

In questo caso la media e la varianza della popolazione da cui sono estratti i campioni non sono note.

Si deve stimare la media e la varianza generali e le linee di decisione saranno date da:

$$\bar{x} \pm s \cdot h_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{k-1}{kn}}$$

dove:

$h_{\alpha, k, v}$ è il valore critico calcolato tramite le tavole di Nelson a partire dal valore α .

α è il valore di rischio usato per il test

k è il numero di campioni

v è il numero di gradi di libertà associati alla varianza stimata.

n è il numero delle misure - risposte

ANALISI DELLA MEDIA

Consideriamo cinque differenti marche di cuscinetti a sfera montati su motori elettrici. Vogliamo indagare se esiste una differenza sostanziale fra le differenti marche di cuscinetti, considerando la loro capacità di diminuire le vibrazioni del motore.

Ogni diversa marca di cuscinetti è installata su sei motori.

Marca 1	Marca 2	Marca 3	Marca 4	Marca 5
13.01	16.03	13.07	15.07	13.05.00
13	15.07	13.09	13.07	13.04
14	17.02	12.04	14.04	13.02
14.04	14.09	13.08	16	12.07
14	14.04	14.09	13.09	13.04
11.06	17.02	13.03	14.07	12.08

Effettuiamo l'ANOVA, i risultati sono riportati in tabella:

	G.I	SS	MS	F
Fattori	4	30.855	7.714	8.44
Errore	25	22.838	0.914	
Totale	29	53.694		
Livelli	N	Media	Devianza,	
M1	6	13.683	1.194	
M2	6	15.950	1.167	
M3	6	13.667	0.816	
M4	6	14.733	0.940	
M5	6	13.083	0.479	

ANALISI DELLA MEDIA

Confrontando $F_{(4,25)}=4.18$ con il rapporto $F=MSB/MSE=8.44$, poichè $8.44 > 4.18$ possiamo concludere che il fattore ha influenza sulle vibrazioni del motore.

In particolare analizzando le medie delle vibrazioni sembra che le marche 1-3 e 5 sono le migliori per ridurre le vibrazioni.

Sugli stessi dati effettuiamo l'ANOM.

A partire dalle medie dei risultati ottenuti sui cinque campioni calcoliamo la media generale:

$$\bar{x} = \frac{13.683 + 15.950 + 13.667 + 14.733 + 13.083}{5} = 14.223$$

calcoliamo la varianza generale:

$$s^2 = \frac{(1.194)^2 + (1.167)^2 + (0.816)^2 + (0.940)^2 + (0.479)^2}{5} = 0.913$$

I gradi di libertà associati ad s^2 sono $v=(n-1)k=25$

Usando un α di 0.05 il valore critico $h_{\alpha,k,v}=2.74$, quindi le linee di decisione sono uguali a :

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \alpha_{05} & 5 & 25 \end{matrix}$

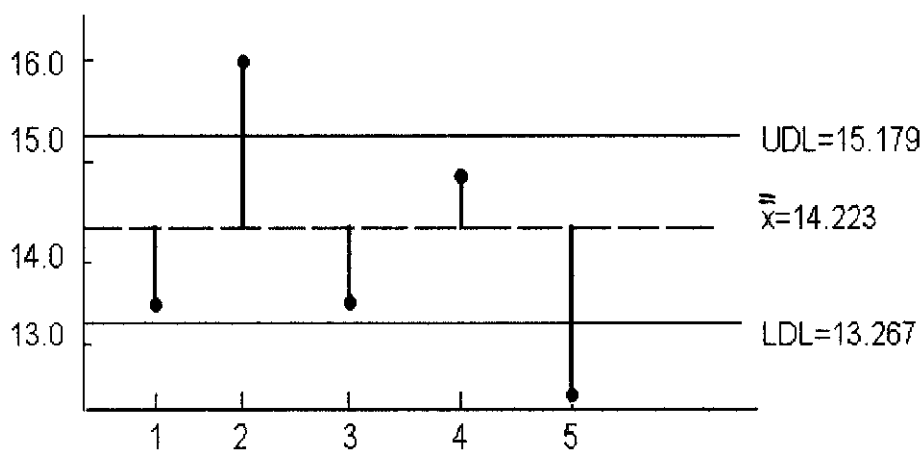
$$\text{limite superiore} = \bar{x} + s \cdot h_{\alpha,k,v} \sqrt{\frac{k-1}{kn}} = 14.223 + (0.956)(2.74) \sqrt{\frac{5-1}{5 \cdot 6}} = 15.179$$

$$s = \sqrt{0.913} = 0.956$$

ANALISI DELLA MEDIA

$$\text{limite inferiore} = \bar{x} - s \cdot h_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{k-1}{kn}} = 14.223 - (0.956)(2.74) \sqrt{\frac{4}{5 \cdot 6}} = 13.267$$

riportando i dati nel grafico:



Il grafico mostra chiaramente che due medie sono fuori dalle linee di decisione, quindi si può concludere che le medie dei sei campioni non sono uguali ed inoltre si individua chiaramente che la marca di cuscinetti numero 5 è quella che ha maggiore effetto nella riduzione delle vibrazioni del motore.

ANALISI DELLA MEDIA

ANALISI A DUE FATTORI

Per il disegno fattoriale a due fattori dobbiamo considerare le medie di ogni livello di ogni fattore e gli effetti delle interazioni fra i due fattori.

Per ognuno dei fattori le linee di decisione sono date:

$$UDL = \bar{x} + h_{\alpha} s_p \sqrt{\frac{q}{N}}$$

$$LDL = \bar{x} - h_{\alpha} s_p \sqrt{\frac{q}{N}}$$

dove:

q = numero di gradi di libertà associati ai fattori = numero dei livelli - 1

Per gli effetti delle interazioni le linee di decisione sono date:

$$UDL = h_{\alpha}^* s_p \sqrt{\frac{q}{N}}$$

$$LDL = -h_{\alpha}^* s_p \sqrt{\frac{q}{N}}$$

dove:

q = numero di gradi di libertà delle interazioni.

h_{α}^* è calcolato come il punto percentuale della distribuzione t di Student e

ANALISI DELLA MEDIA

$$\alpha^* = 1 - (1 - \alpha)^{1/k}$$

Il punto percentuale viene calcolato tramite l'uso di un normogramma.

ANALISI DELLE MEDIE

ESEMPIO

Consideriamo tre analisti, ognuno dei quali effettua due rilevazioni del punto di fusione di un materiale ognuno con quattro differenti termometri T_1 , T_2 , T_3 e T_4 .

Calcoliamo le medie per ogni livello di ogni fattore e la media generale.

Termometri

Analista	T1	T2	T3	T4	Medie
A1	174.0	173.0	171.5	173.5	173.13
	173.5	173.5	172.5	173.5	
A2	173.0	172.0	171.0	171.0	172.13
	173.0	173.0	172.0	172.0	
A3	173.5	173.0	173.0	172.5	173.06
	173.0	173.0	173.0	173.0	
Medie	173.33	173	172.17	172.58	172.77

La stima della deviazione standard si ottiene facendo la media dei quadrati delle dodici deviazioni standard riportate in tabella e facendo la radice del risultato.

ANALISI DELLE MEDIE

Termometri

Analista		T1	T2	T3	T4
A1	\bar{x}	173,75	173,25	172,0	173,5
	s	0,35	0,35	0,71	0,00
A2	\bar{x}	173,0	172,50	171,50	171,50
	s	0,00	0,71	0,71	0,71
A3	\bar{x}	173,25	173,25	173,00	172,75
	s	0,35	0,35	0,00	0,35

$$s_p = \sqrt{\frac{(0,35)^2 + \dots + (0,35)^2}{12}} = 0,47$$

Per $\alpha=0,05$ e per dodici gradi di libertà troviamo nelle tavole che:

per i termometri $k=4$ $h_{\alpha} = 2,85$

per gli analisti $k=3$ $h_{\alpha} = 2,67$

per gli effetti di interazione h_{α}^* viene calcolato come segue:

$$\alpha^* = 1 - (1 - 0,05)^{1/12} = 0,0043$$

utilizzando il normogramma per dodici gradi di libertà e un'area di rifiuto pari a $\alpha^*/2 = 0,0021$ $h_{\alpha}^* = 3,52$.

Avremo quindi che:

Per i termometri,

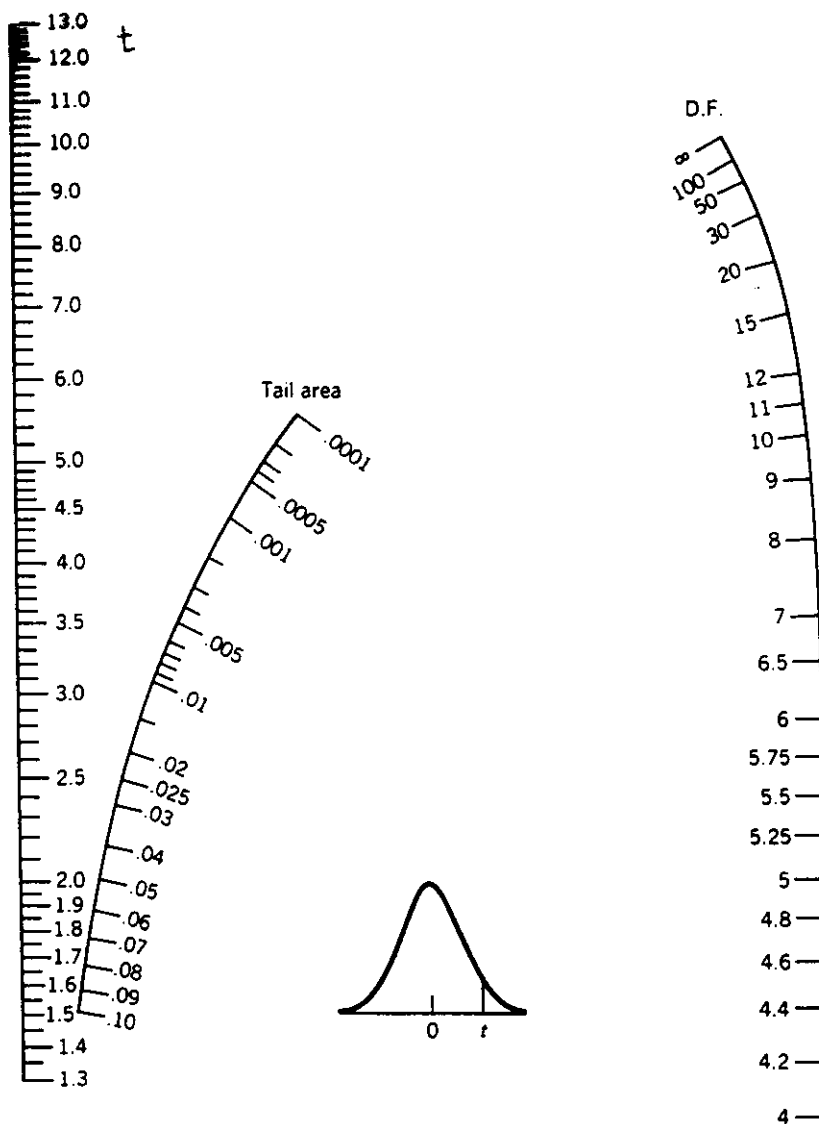


FIGURE 17-12 Nomograph for Student's t-Distribution

TABLE 2 Exact Critical Values $t_{0.05}$ for the Analysis of Means

		Significance Level = 0.05																		
		Number of Means, k																		
df	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
3	4.18																			
4	3.56	3.89																		
5	3.25	3.53	3.72																	
6	3.07	3.31	3.49	3.62																
7	2.94	3.17	3.33	3.45	3.56															
8	2.86	3.07	3.21	3.33	3.43	3.51														
9	2.79	2.99	3.13	3.24	3.33	3.41	3.48													
10	2.74	2.93	3.07	3.17	3.26	3.33	3.40	3.45												
11	2.70	2.88	3.01	3.12	3.20	3.27	3.33	3.39	3.44											
12	2.67	2.85	2.97	3.07	3.15	3.22	3.28	3.33	3.38	3.42										
13	2.64	2.81	2.94	3.03	3.11	3.18	3.24	3.29	3.34	3.38	3.42									
14	2.62	2.79	2.91	3.00	3.08	3.14	3.20	3.25	3.30	3.34	3.37	3.41								
15	2.60	2.76	2.88	2.97	3.05	3.11	3.17	3.22	3.26	3.30	3.34	3.37	3.40							
16	2.58	2.74	2.86	2.95	3.02	3.09	3.14	3.19	3.23	3.27	3.31	3.34	3.37	3.40						
17	2.57	2.73	2.84	2.93	3.00	3.06	3.12	3.16	3.21	3.25	3.28	3.31	3.34	3.37	3.40					
18	2.55	2.71	2.82	2.91	2.98	3.04	3.10	3.14	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.35	3.37	3.40				
19	2.54	2.70	2.81	2.89	2.96	3.02	3.08	3.12	3.16	3.20	3.24	3.27	3.30	3.32	3.35	3.37	3.40			
20	2.53	2.68	2.79	2.88	2.95	3.01	3.06	3.11	3.15	3.18	3.22	3.25	3.28	3.30	3.33	3.35	3.37	3.40		
24	2.50	2.65	2.75	2.83	2.90	2.96	3.01	3.05	3.09	3.13	3.16	3.19	3.22	3.24	3.27	3.29	3.31	3.33		
30	2.47	2.61	2.71	2.79	2.85	2.91	2.96	3.00	3.04	3.07	3.10	3.13	3.16	3.18	3.20	3.22	3.25	3.27		
40	2.43	2.57	2.67	2.75	2.81	2.86	2.91	2.95	2.98	3.01	3.04	3.07	3.10	3.12	3.14	3.16	3.18	3.20		
60	2.40	2.54	2.63	2.70	2.76	2.81	2.86	2.90	2.93	2.96	2.99	3.02	3.04	3.06	3.08	3.10	3.12	3.14		
120	2.37	2.50	2.59	2.66	2.72	2.77	2.81	2.84	2.88	2.91	2.93	2.96	2.98	3.00	3.02	3.04	3.06	3.08		
INF	2.34	2.47	2.56	2.62	2.68	2.72	2.76	2.80	2.83	2.86	2.88	2.90	2.93	2.95	2.97	2.98	3.00	3.02		

ANALISI DELLE MEDIE

$$\begin{aligned} \text{UDL} &= 172,77 + 2,85(0,47)\sqrt{3/4} = \\ &= 172,77 + 0,47 = 173,24 \end{aligned}$$

$$\text{LDL} = 172,77 - 0,47 = 172,30$$

per gli analisti,

$$\begin{aligned} \text{UDL} &= 172,77 + 2,67(0,47)\sqrt{2/24} = \\ &= 172,77 + 0,36 = 173,13 \end{aligned}$$

$$\text{LDL} = 172,77 - 0,36 = 172,41$$

Per gli effetti di interazione,

$$\text{UDL} = 3,52(0,47)\sqrt{6/24} = 0,83$$

$$\text{LDL} = -0,83$$

Gli effetti delle interazioni vengono calcolati:

$$T_{ij} = \bar{x}_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x}$$

dove T_{ij} è l'effetto di interazione tra la riga i e la colonna j .

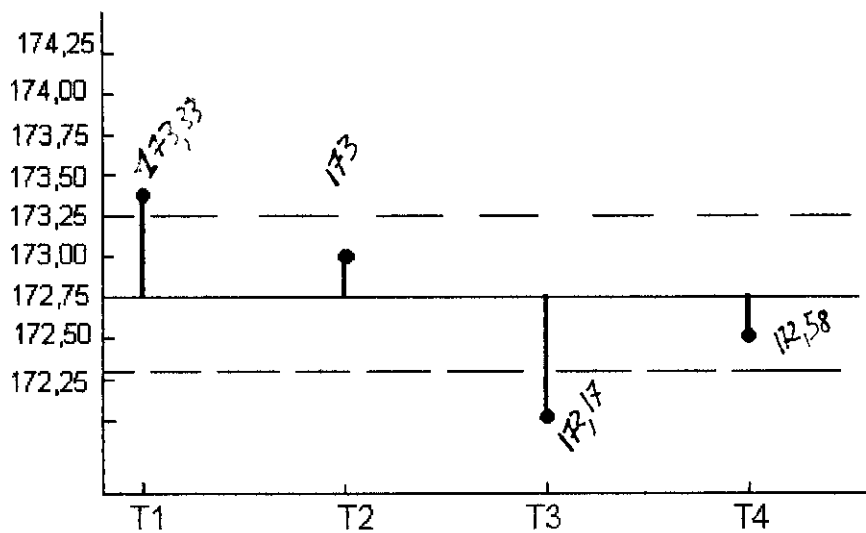
EFFETTI DELLE INTERAZIONI

$$\bar{x}_{ij} - \bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x}$$

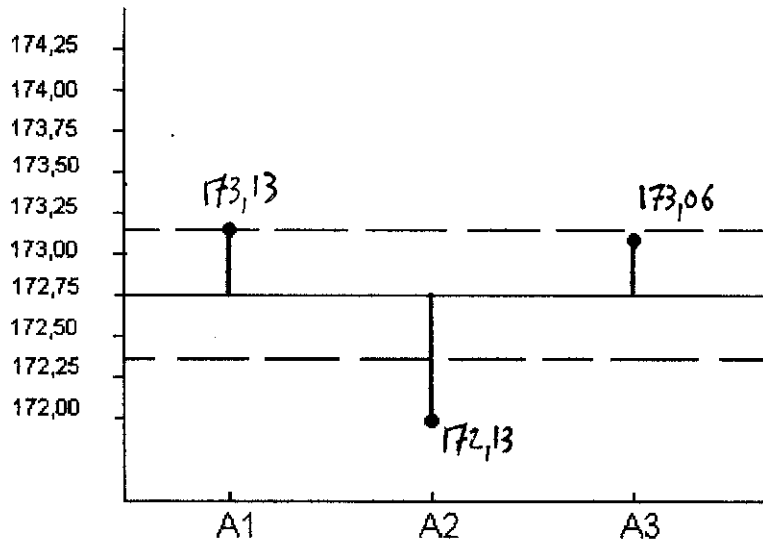
$$173,75 - 173,13 - 173,33 + 172,77$$

Analisti	T1	T2	T3	T4
A1	0,06	-0,11	-0,53	0,56
A2	0,31	0,14	-0,03	-0,44
A3	-0,37	-0,04	0,54	-0,12

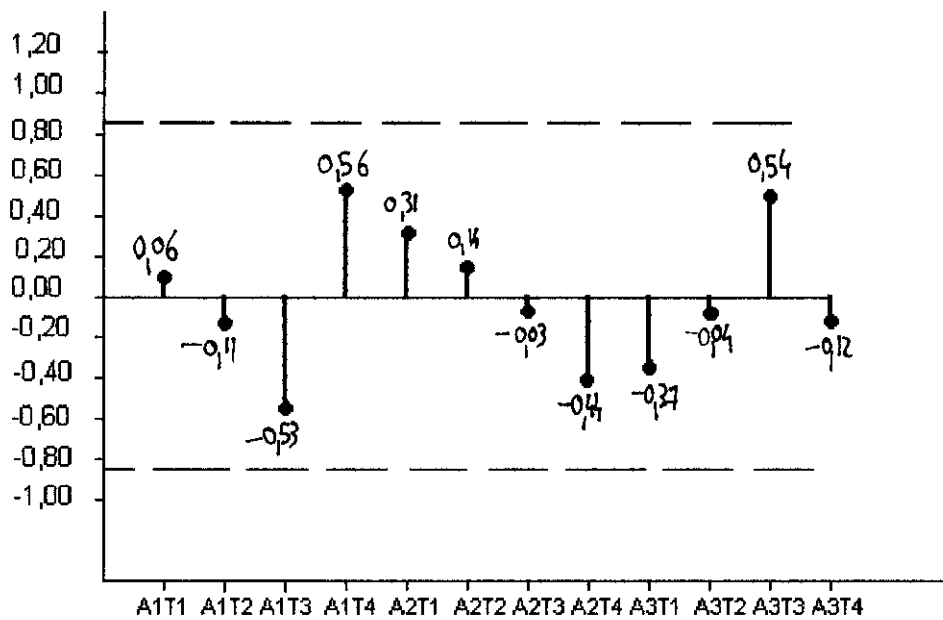
Per i termometri



Per gli analisti:



Per le iterazioni:



ANALISI DELLE MEDIE

I grafici dell'ANOM indicano che esistono significative differenze tra i termometri e tra gli analisti, ma non esistono significative interazioni fra fattori.

Number	Standard Order Trial Number	Response Observed Value y	Factor F		Factor S			
			1 A	2 B	1 60 2PM	2 80 2PM	1 70°C	2 82°C
4	1	164	164		164		164	
1	2	166	166		166		166	
8	3	161	161			161	161	
5	4	160	160			160	160	
6	5	184	184	184		184		
3	6	187	187	187			187	
2	7	179	179		179	179		
7	8	182	182		182		182	
TOTAL		1383	651	732	701	682	688	695
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		172.9	162.8	183.0	175.3	170.5	172.0	173.8
EFFECT			20.2	-4.8		1.8		

$$\begin{aligned} \bar{y}_{\max} &= \bar{y} + (\bar{F}_2 - \bar{y}) + (\bar{S}_1 - \bar{y}) \\ &= 172.9 + (183.0 - 172.9) + (175.3 - 172.9) \\ &= 172.9 + 10.1 + 2.4 \\ &= 185.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{\min} &= \bar{y} + (\bar{F}_1 - \bar{y}) + (\bar{S}_2 - \bar{y}) \\ &= 172.9 + (162.8 - 172.9) + (170.5 - 172.9) \\ &= 172.9 - 10.1 - 2.4 \\ &= 160.4 \end{aligned}$$

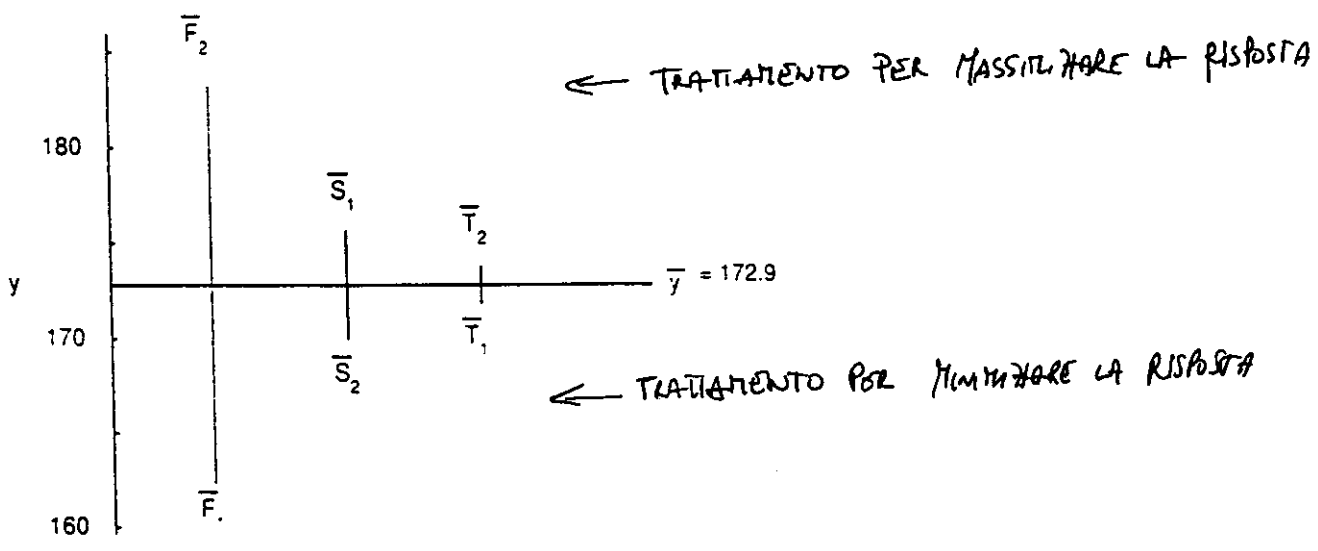


FIGURE 3.17 Graphical presentation of factor effects

②

Random Order Trial Number	Standard Order Trial Number	Response Observed Values y	Formulation F		Mixer Speed S		Temperature T	
			1 A	2 B	1 60	2 80	1 70	2 82
	1	324	324		324		324	
	2	334	334		334			334
	3	324	324			324	324	
	4	317	317			317		317
	5	366		366	366		366	
	6	371		371	371			371
	7	360		360		360	360	
	8	362		362		362		362
TOTAL		2758	1299	1459	1395	1363	1374	1384
NUMBER OF VALUES		16	8	8	8	8	8	8
AVERAGE		172.4	162.4	182.4	174.4	170.4	171.8	173.0
EFFECT			20.0		-4.0		1.2	

$164 + 160 = 324$
 $166 + 168 = 334$
 $161 + 163 = 324$
 $160 + 157 = 317$
 $184 + 182 = 366$
 $187 + 184 = 371$
 $179 + 181 = 360$
 $182 + 180 = 362$

$\leftarrow m \cdot 2^{k-1}$

FIGURE 3.19 Response table for replication example

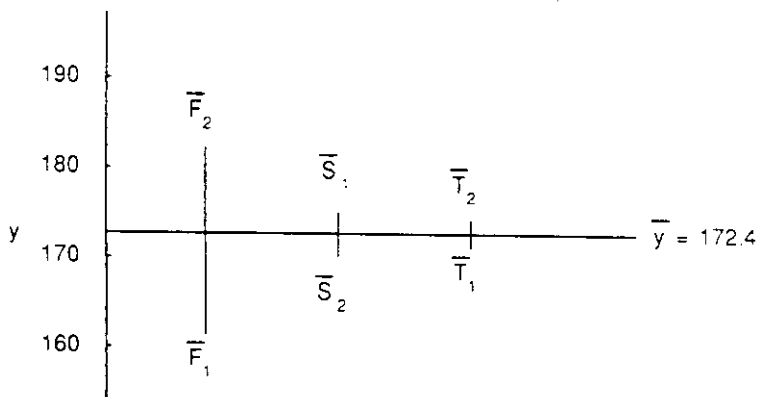


FIGURE 3.20 Graphical display of estimated effects

3

Grada
maksimum
na
2ispostu.

		A		B		C		AB		AC		BC			
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
6	1	24.7	24.7	24.7		24.7		24.7		24.7		24.7			
7	2	21.4	21.4	21.4		21.4		21.4	21.4			21.4			
2	3	44.1	44.1			44.1	44.1		44.1			44.1	44.1		
1	4	43.5	43.5			43.5		43.5	43.5			43.5			43.5
8	5	38.4		38.4	38.4			38.4				38.4			38.4
4	6	32.0		32.0	32.0			32.0	32.0			32.0	32.0		
3	7	40.2		40.2		40.2	40.2			40.2	40.2			40.2	
5	8	37.5		37.5		37.5		37.5		37.5		37.5		37.5	
TOTAL		291.9	133.7	148.1	116.5	165.3	147.4	134.4	158.0	123.9	143.5	130.3	137.7	144.1	
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
AVERAGE		35.23	33.43	37.03	29.13	41.33	36.85	33.60	39.50	30.45	35.88	34.58	34.43	36.03	
EFFECT			3.60	12.20		-3.35		-8.55		-1.30		1.60			

FIGURE 3.28 Response table with interaction terms

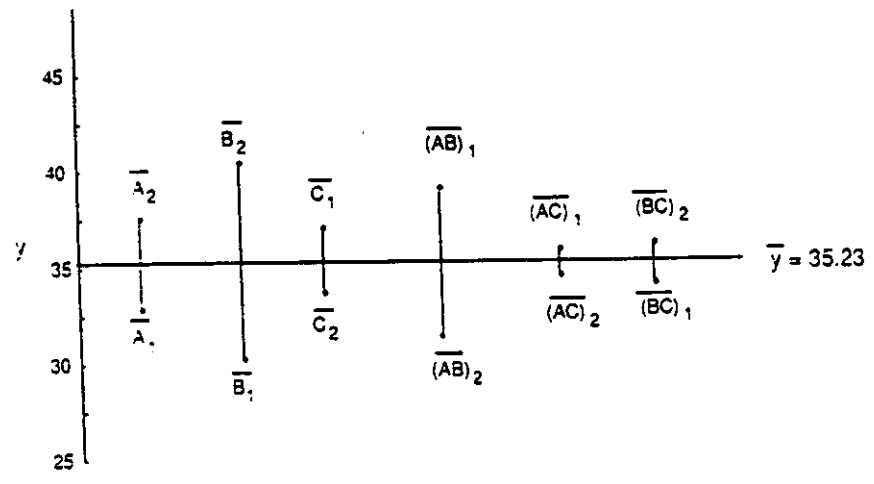
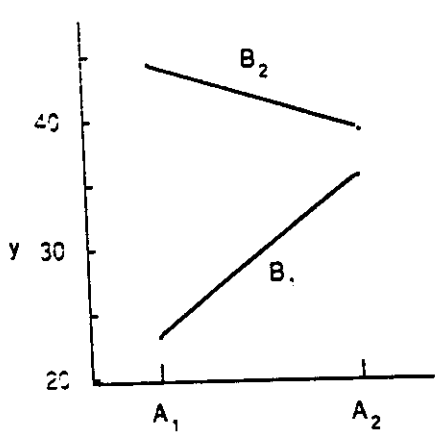


FIGURE 3.29 Graphical representation of main and interaction effects

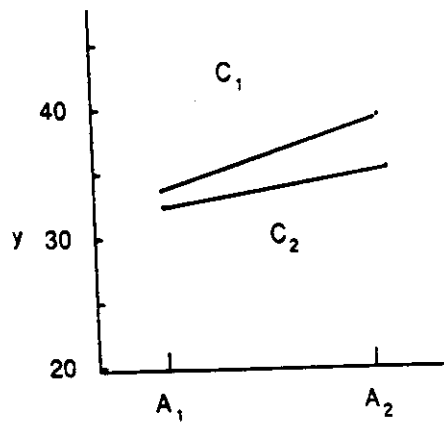
$$\begin{aligned}
 \bar{y}_{\max} &= (\text{grand mean}) + (\text{A contribution}) + (\text{B contribution}) + (\text{C contribution}) \\
 &= 35.23 + (37.03 - 35.23) + (41.33 - 35.23) + (36.85 - 35.23) \\
 &= 44.75
 \end{aligned}$$

LEVEL OF FACTORS		Observed values	Average
A	B		
1	1	24.7. 21.4	23.05
1	2	44.1. 43.5	43.80
2	1	38.4. 32.0	35.20
2	2	40.2. 37.5	38.85

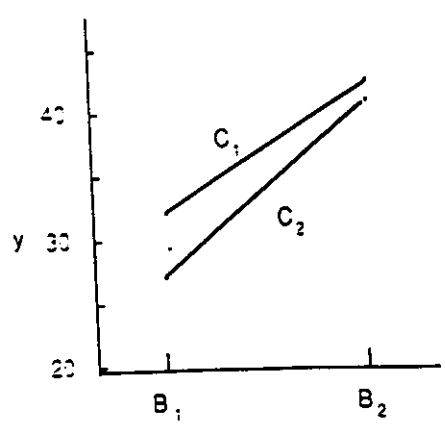
FIGURE 3.30 Average responses by levels of A and B



a.) AB interaction



b.) AC interaction



c.) BC interaction

FIGURE 3.31 Graphical presentation of interaction effects

$$\begin{aligned}
 \bar{y}_{\max} &= (\text{grand mean}) + (\text{A and B contribution})^* \\
 &\quad + (\text{C contribution}) \\
 &= 35.23 + (43.80 - 35.23) + (36.85 - 35.23) \\
 &= 35.23 + 8.57 - 1.62 \\
 &= 45.42
 \end{aligned}$$

Soluzion $A_1 B_2 C_1$

		A		B		C		AB		AC		ABC				
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2			
6	1	24.7	24.7		24.7			24.7		24.7		24.7	24.7			
7	2	21.4	21.4	21.4			21.4	21.4		21.4			21.4			
2	3	44.1	44.1		44.1	44.1		44.1		44.1	44.1		44.1			
1	4	43.5	43.5		43.5		43.5	43.5		43.5		43.5	43.5			
8	5	38.4		38.4	38.4		38.4		38.4			38.4	38.4			
4	6	32.0		32.0	32.0		32.0	32.0		32.0	32.0		32.0			
3	7	40.2		40.2		40.2	40.2		40.2	40.2		40.2	40.2			
5	8	37.5		37.5		37.5		37.5		37.5		37.5	37.5			
TOTAL		281.8	133.7	148.1	116.5	165.3	147.4	134.4	158.0	123.8	142.5	138.3	137.7	144.1	140.4	141.4
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		35.23	33.43	37.03	29.13	41.33	36.85	33.60	39.50	30.95	35.88	34.58	34.43	36.03	35.10	35.35
EFFECT			3.60	12.20	-3.25	-8.55	-1.30	1.60	0.25							

FIGURE 3.33 Response table with all interaction terms

Factor	Estimated value, E_i	Rank order, i	$100(i-.5)/7$ P_i
AB	-8.55	1	7.1
C	-3.25	2	21.4
AC	-1.30	3	35.7
ABC	0.25	4	50.0
BC	1.60	5	64.3
A	3.60	6	78.6
B	12.20	7	92.3

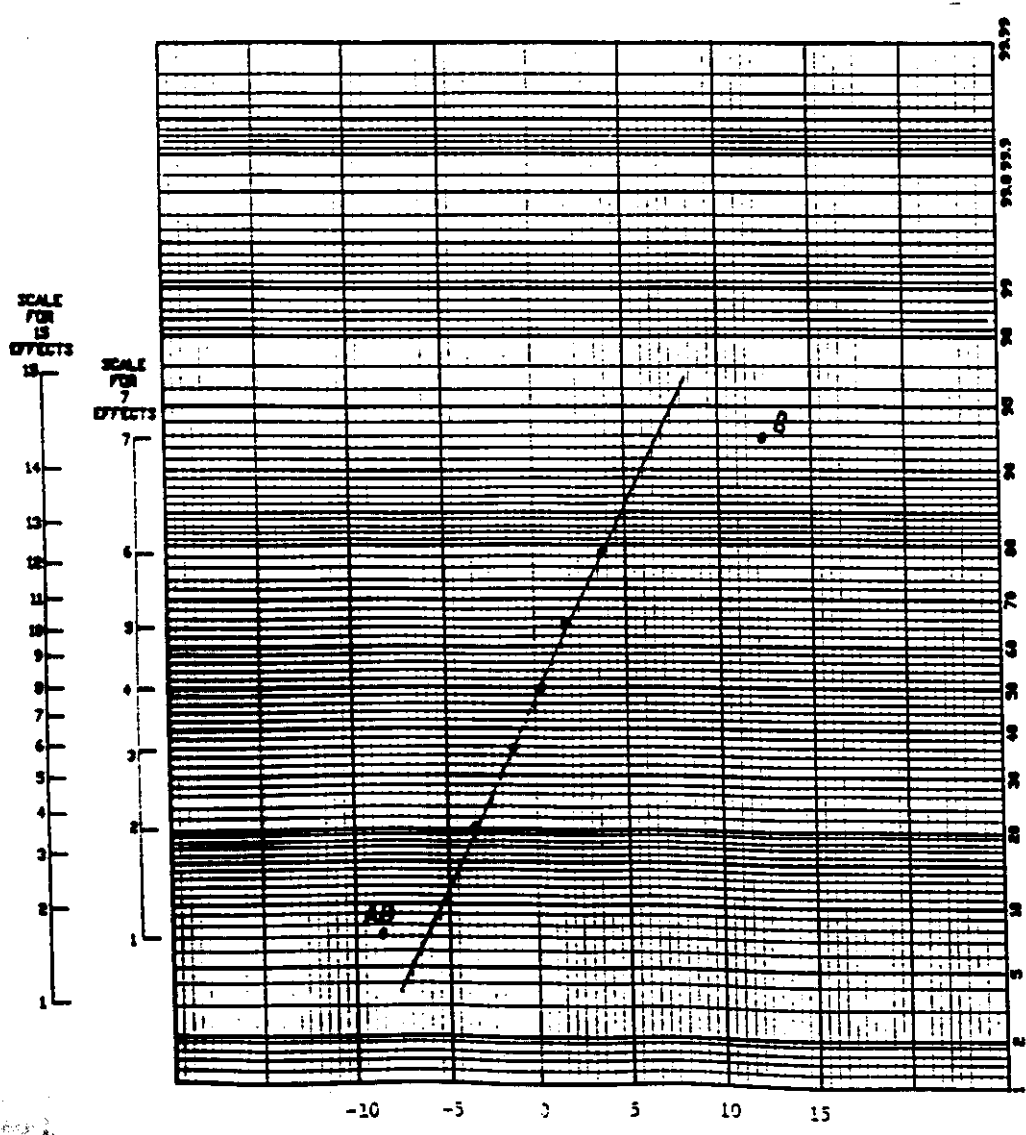


FIGURE 3.36 Normal plot of example effects

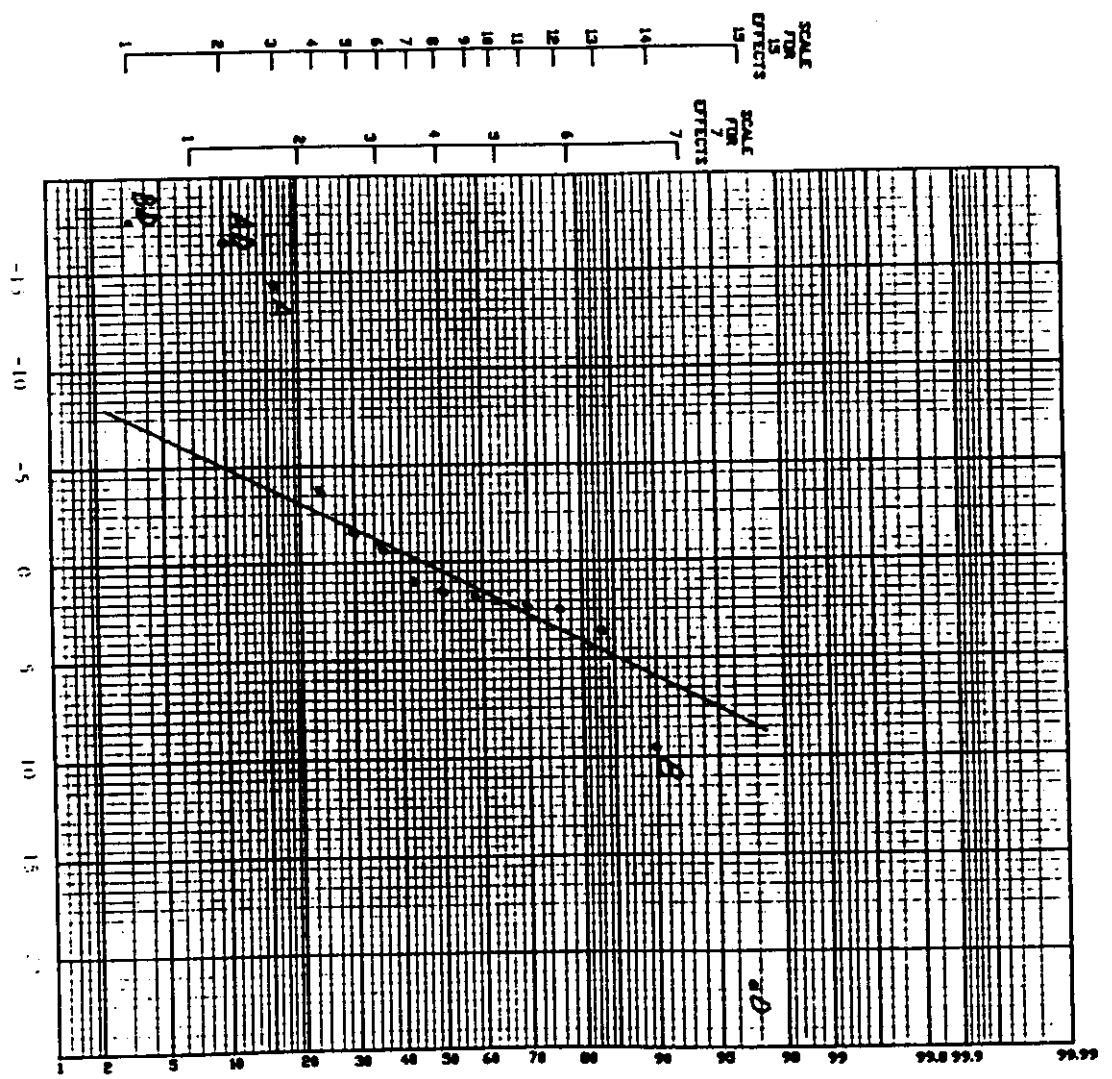
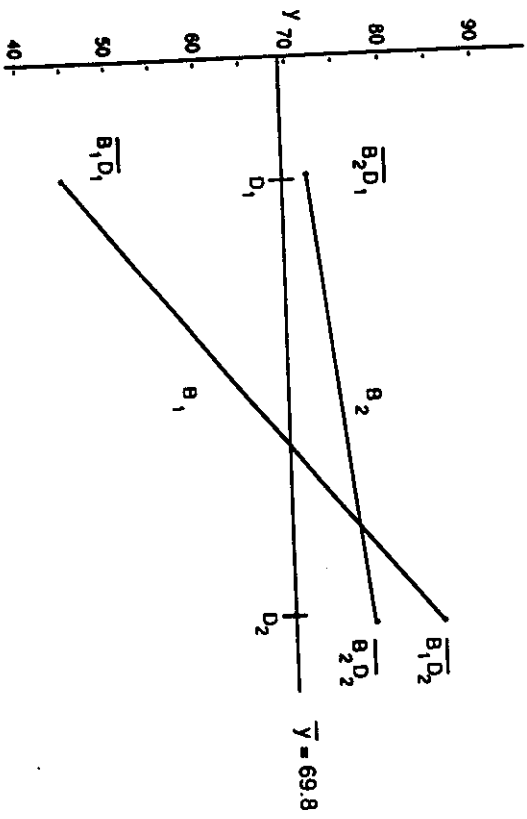
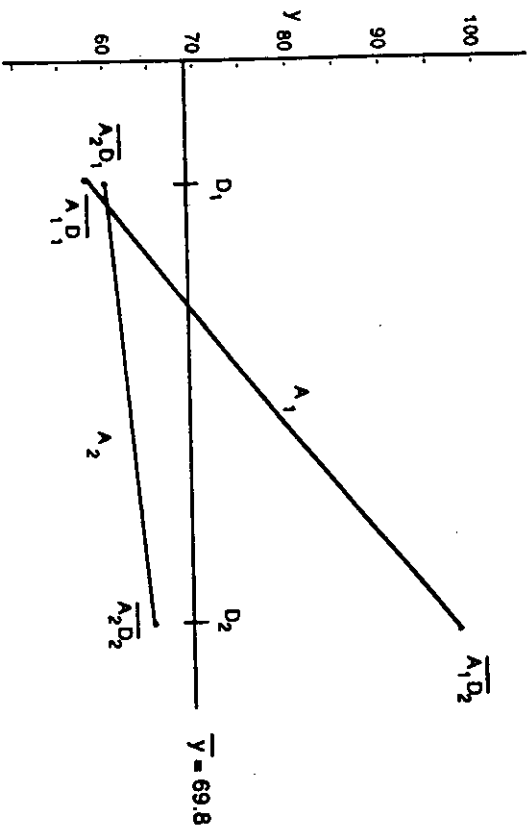


FIGURE 3.59 Normal plot of example effects

		D: Feed per tooth	
		1	2
B: Depth of Cut	1	42 46 44 49 total = 181	101 103 70 65 total = 339
	2	74 69 67 80 total = 290	86 95 60 65 total = 306
		$\overline{B_1 D_1} = 181/4 = 45.3$ $\overline{B_2 D_1} = 290/4 = 72.5$	$\overline{B_1 D_2} = 339/4 = 84.8$ $\overline{B_2 D_2} = 306/4 = 76.5$



		D: Feed per tooth	
		1	2
A: Cutting Speed	1	42 46 74 69 total = 231	101 103 86 95 total = 385
	2	44 49 67 80 total = 240	70 65 60 65 total = 260
		$\overline{A_1 D_1} = 231/4 = 57.8$ $\overline{A_2 D_1} = 240/4 = 60.0$	$\overline{A_1 D_2} = 385/4 = 96.3$ $\overline{A_2 D_2} = 260/4 = 65.0$



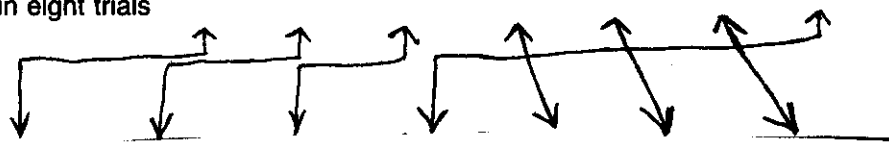
Answer \bar{A}_1, \bar{D}_2

8 hrs

Designing for Quality

Standard order	MAIN EFFECTS			INTERACTION EFFECTS			
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	-1	-1	1	1	-1	-1	1
3	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	-1	1	1	-1	-1	1	-1
5	1	-1	-1	-1	-1	1	1
6	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	1	-1	1	-1	-1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1

FIGURE 4.1 Factor and interaction levels for a three-factor experiment in eight trials



A	B	C	D	CD	BD	AD
-1	-1	-1	-1	1	1	1
-1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1

FIGURE 4.3 Some of the factor levels for the experiment defined by Figure 4.2

$D = ABC$
 $C = ABD$
 $B = ACD$
 $A = BCD$
 $AB = CD$
 $AC = BD$
 $AD = BC$

Melt Temp	Mold Temp	Core Temp	80°F		140°F		80°F		140°F		80°F		140°F		TOTAL	EFFECT	
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2			
2	1	54	54		54		54		54		54		54	54			
5	2	55	55		55		55		55	55		55		55		55	
1	3	46	46		46	46		46		46		46	46		46		
4	4	50	50		50		50	50		50		50		50	50		
7	5	46		46	46		46		46		46		46		46	46	
3	6	45		45	45		45	45		45		45	45		45		
6	7	30		30		30	30		30	30		30		30		30	
8	8	24		24		24		24		24		24		24		24	
TOTAL			350	205	145	200	150	176	174	187	163	181	169	176	174	179	171
NUMBER OF VALUES			8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE			43.8	51.3	36.3	50.0	37.5	44.0	43.5	46.8	40.8	45.3	42.3	44.0	43.5	44.8	42.8
EFFECT				-15.0		-12.5		-0.5		-6.0		-3.0		-0.5		-2.0	

FIGURE 4.11 Response table for example

		B: Mold Temperature	
		1: 80° F	2: 140° F
A: Melt Temperature	1: 500° F	$54 + 55 = 109$ $\overline{A_1B_1} = \frac{109}{2} = 54.5$	$46 + 50 = 96$ $\overline{A_1B_2} = \frac{96}{2} = 48.0$
	2: 550° F	$46 + 45 = 91$ $\overline{A_2B_1} = \frac{91}{2} = 45.5$	$30 + 24 = 54$ $\overline{A_2B_2} = \frac{54}{2} = 27.0$

FIGURE 4.12 Average response at different levels of melt and mold temperatures

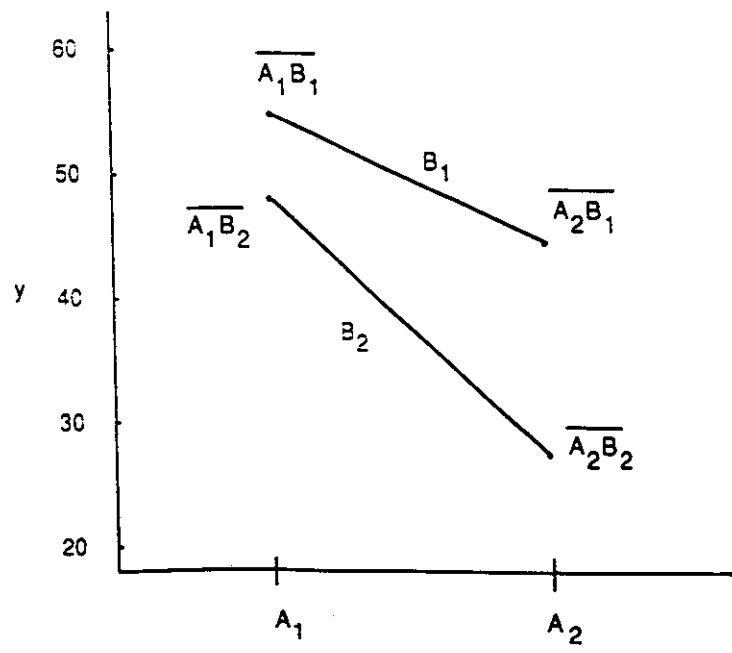


FIGURE 4.13 Graph of effect of AB interaction

Factor	Low level	High level
A. Raw material alloy content	low	high
B. Wire electrode diameter	0.030 in	0.035 in
C. Weld circuit current	50 amps	180 amps
D. Argon carbon dioxide shielding gas	low CO ₂	high CO ₂
E. Welding voltage	15 volts	25 volts
F. Wire feed speed	100 in/min	300 in/min
G. Preheat	no	yes

FIGURE 4.23 Experimental factors and levels

Random Order Trial Number	Standard Order Trial Number	Response Observed Value Y	A: Raw material alloy content		B: wire electrode diameter		C: Weld circuit current		D: Argon carbon dioxide		E: Welding voltage		F: wire feed speed		G: Preheat		
			low	high													
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
1	1	147.2	147.2		147.2		147.2		147.2		147.2		147.2		147.2		147.2
2	2	91.3	91.3		91.3		91.3		91.3	91.3		91.3		91.3		91.3	
3	3	72.7	72.7		72.7	72.7		72.7		72.7		72.7	72.7		72.7		72.7
4	4	87.4	87.4		87.4		87.4	87.4		87.4		87.4		87.4	87.4		87.4
5	5	84.1		84.1	84.1		84.1		84.1	84.1		84.1		84.1		84.1	
6	6	78.2		78.2	78.2		78.2	78.2		78.2	78.2		78.2		78.2		78.2
7	7	94.6		94.6		94.6	94.6		94.6	94.6		94.6		94.6		94.6	
8	8	138.8		138.8		138.8		138.8		138.8		138.8		138.8		138.8	
TOTAL		774.3	398.6	395.7	400.8	393.5	398.6	395.7	322.4	471.9	357.4	436.9	336.8	457.5	467.4	386.9	
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
AVERAGE		96.79	99.65	98.93	100.2	98.38	99.65	98.93	80.60	117.98	89.35	109.23	84.20	114.38	101.85	98.73	
EFFECT			-0.72		-1.82		-0.72		37.38		19.88		30.18		-5.12		

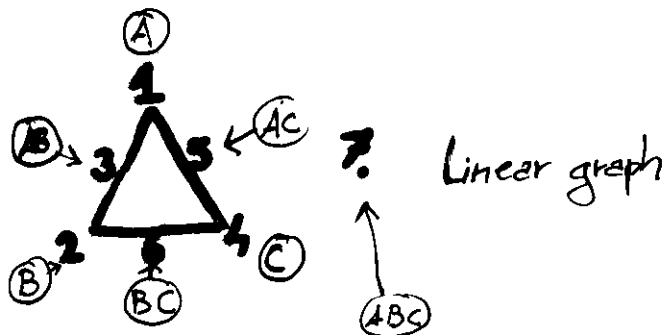
FIGURE 4.24 Response table for seven-factor, eight-run experiment

SECTION 3.8			WESTERN 2 ³			TAGUCHI L ₄		
A	B	AB	A	B	AB	1	2	3
1	1	2	-1	-1	1	1	1	1
1	2	1	1	-1	-1	1	2	2
2	1	1	-1	1	-1	2	1	2
2	2	2	1	1	1	2	2	1

FIGURE 3.65 Forms of a four-run, two-level design

Effect	Figure 3.53	Taguchi L ₁₆	Western 2 ⁴
A	1	1	4
B	2	2	3
C	3	4	2
D	4	8	1
AB	5	3	10
AC	6	5	9
AD	7	9	7
BC	8	6	8
BD	9	10	6
CD	10	12	5
ABC	11	7	14
ABD	12	11	13
ACD	13	13	12
BCD	14	14	11
ABCD	15	15	15

FIGURE 3.66 Assignment of effects to columns of design matrices



Run no.	FACTOR COLUMNS							
	Block	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	2	2	2	1
2	1	1	1	2	2	1	1	2
3	1	1	2	1	1	2	1	2
4	1	1	2	2	1	1	2	1
5	1	2	1	1	1	1	2	2
6	1	2	1	2	1	2	1	1
7	1	2	2	1	2	1	1	1
8	1	2	2	2	2	2	2	2
9	2	2	2	2	1	1	1	2
10	2	2	2	1	1	2	2	1
11	2	2	1	2	2	1	2	1
12	2	2	1	1	2	2	1	2
13	2	1	2	2	2	2	1	1
14	2	1	2	1	2	1	2	2
15	2	1	1	2	1	2	2	2
16	2	1	1	1	1	1	1	1

FIGURE 4.25 Design matrix for sixteen-run fold-over experiment

Run Order No.	Block Order No.	Response Value Y	A: Raw material alloy content		B: Wire electrode diameter		C: Weld current		D: Argon carbon dioxide		E: Welding voltage		F: wire feed speed		G: Preheat	
			low	high	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2		
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2		
1	1	117.2	117.2		117.2		117.2		117.2		117.2		117.2		117.2	
2	1	91.3	91.3		91.3		91.3		91.3	91.3		91.3		91.3		91.3
3	1	72.7	72.7		72.7	72.7		72.7		72.7		72.7	72.7		72.7	
4	1	87.4	87.4		87.4		87.4	87.4		87.4		87.4		87.4	87.4	
5	1	81.1	81.1	81.1	81.1		81.1		81.1		81.1		81.1		81.1	
6	1	78.2	78.2	78.2	78.2		78.2	78.2		78.2	78.2		78.2		78.2	
7	1	94.6	94.6		94.6	94.6		94.6	94.6		94.6		94.6		94.6	
8	1	138.8	138.8		138.8		138.8		138.8		138.8		138.8		138.8	
TOTAL		774.3	386.6	378.7	118.8	373.5	378.6	378.7	322.1	171.9	367.1	136.9	326.8	117.5	107.1	326.9
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		96.79	48.33	47.34	14.85	46.69	47.33	47.34	40.26	21.49	45.89	17.11	40.85	14.64	13.39	40.86
EFFECT			-0.72	-1.82	-0.72	37.38	17.88	30.18	-5.12							

FIGURE 4.24 Response table for seven-factor, eight-run experiment

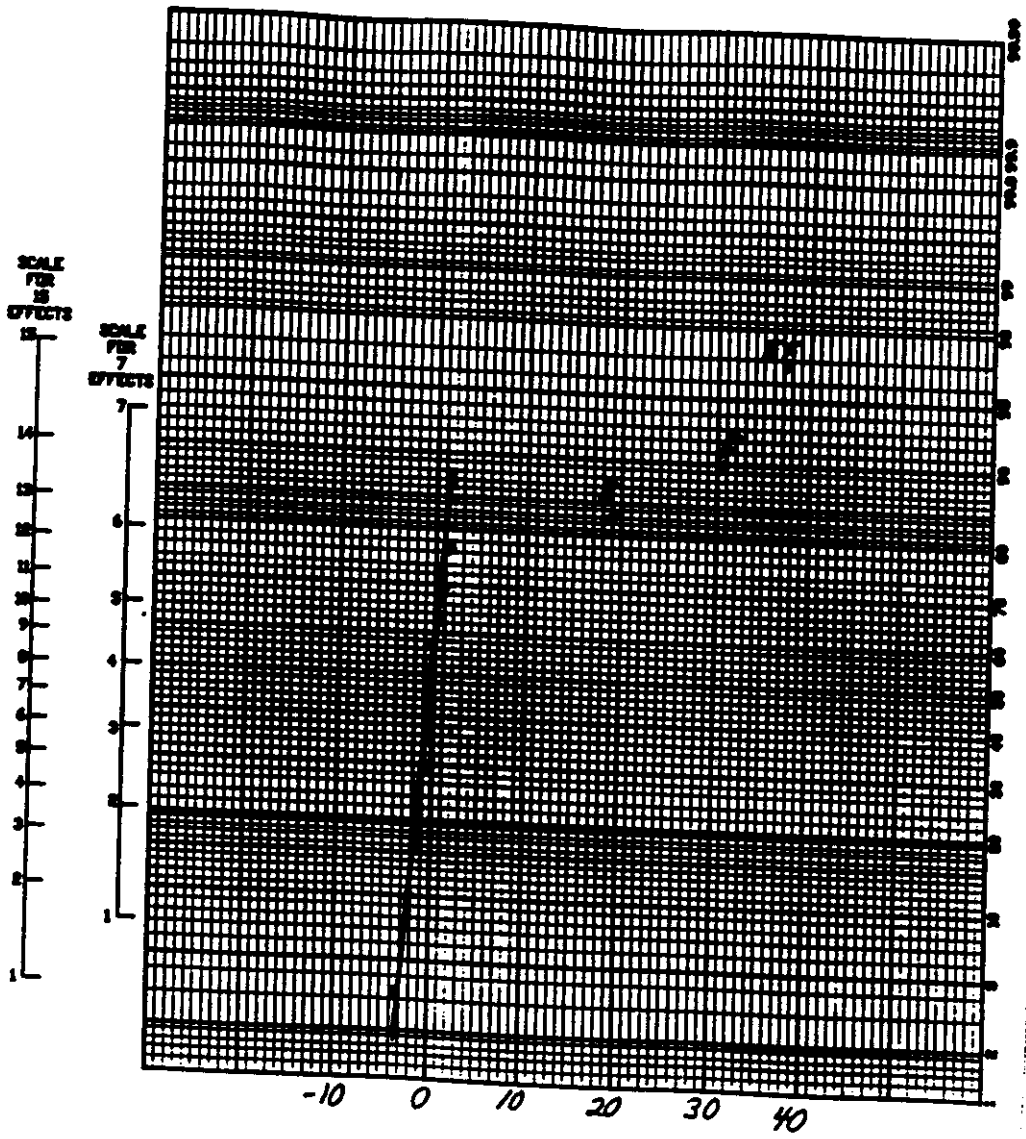
Two-level Experiments: Fractional Factorial Designs

Run Order Run Number	Standard Order Run Number	Response Observed Value Y	A:		B:		C:		D:		E:		F:		G:	
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
			1	89.9												
2	137.4															89.8
3	82.7															
4	72.2															
5	71.9															72.2
6	87.3															
7	144.0															87.3
8	93.2															
TOTAL		779.1	392.0	382.1	392.7	386.4	390.1	389.0	465.0	341.1	353.0	406.1	327.1	452.0	385.2	342.9
NUMBER OF VALUES	8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		97.39	97.25	95.53	98.18	96.60	97.53	97.25	116.25	78.63	88.25	101.53	81.78	113.00	96.30	98.46
EFFECT			-3.72		-1.58		-0.28		-37.72		18.28		31.22		2.18	

FIGURE 4.28 Response table for a fold-over experiment

Column	Experiment 1 Effect	Experiment 2 Effect	Main Effect	Interaction Effect
	E_1	E_2	$\frac{E_1 + E_2}{2}$	$\frac{E_1 - E_2}{2}$
Y*	99.29	97.39	98.34	0.95
1	-0.72	-3.72	-2.22	1.50
2	-1.82	-1.58	-1.70	-0.12
3	-0.72	-0.28	-0.50	-0.22
4	37.38	-37.72	-0.17	37.55
5	19.88	18.28	19.08	0.80
6	30.18	31.22	30.70	-0.52
7	-5.12	2.18	-1.47	-3.65

FIGURE 4.29 Combined example estimates



Standard order number	Observed response values	Sample mean, \bar{y}	Sample standard deviation, s	Logarithm of standard deviation, $\log s$
1	73.0, 73.2, 72.8, 72.2, 76.2	73.48	1.57	0.196
2	87.7, 86.4, 86.9, 87.9, 86.4	87.06	0.71	-0.149
3	80.5, 81.4, 82.6, 81.3, 82.1	81.58	0.80	-0.097
4	79.8, 77.8, 81.3, 79.8, 78.2	79.38	1.41	0.149
5	85.2, 85.0, 80.4, 85.2, 83.6	83.88	2.06	0.314
6	78.0, 75.5, 83.1, 81.2, 79.9	79.54	2.93	0.467
7	78.4, 72.8, 80.5, 78.4, 67.9	75.60	5.17	0.713
8	90.2, 87.4, 92.9, 90.0, 91.1	90.32	1.99	0.299

FIGURE 5.13 Data from replicated example

Random Order Test Number	Standard Order Test Number	Response Observed Value Y^*	A: Adhesive Type		B: Conductor Material		C: Cure Time		AB:		AC:		BC:		D: I.C. Post Coating	
			DZ	H-I-E	Cu	Ni	90min	20min							tin	silver
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
	1	73.48	73.48		73.48		73.48		73.48		73.48		73.48		73.48	
	2	87.06	87.06		87.06		87.06		87.06		87.06		87.06		87.06	
	3	81.58	81.58		81.58		81.58		81.58		81.58		81.58		81.58	
	4	79.38	79.38		79.38		79.38		79.38		79.38		79.38		79.38	
	5	83.88	83.88		83.88		83.88		83.88		83.88		83.88		83.88	
	6	79.54	79.54		79.54		79.54		79.54		79.54		79.54		79.54	
	7	75.60	75.60		75.60		75.60		75.60		75.60		75.60		75.60	
	8	90.32	90.32		90.32		90.32		90.32		90.32		90.32		90.32	
TOTAL		650.91	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45	325.45
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		81.36	80.35	82.37	80.99	81.72	78.67	81.08	81.62	81.98	81.23	80.95	81.77	77.00	85.71	
EFFECT			1.96		0.73		5.44		0.52		-0.25		0.82		8.71	

FIGURE 5.14 Response table for average response

Run Order Test Number	Standard Order Test Number	Response Measure Value Y	A: Adhesive Type		B: Conductor Material		C: Cure Time		AB:		AC:		BC:		D: I.C. POST COATING	
			D2A H-I-E		Cu	Ni	90min	120min							tin	silver
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1		0.196	.196		.196		.196		.196		.196		.196	.196		
2		0.149	.149		.149		.149		.149	.149	.149		.149	.149	.149	
3		0.097	.097		.097	.097	.097		.097		.097	.097		.097	.097	
4		0.149	.149		.149		.149	.149	.149		.149		.149	.149	.149	
5		0.314	.314	.314	.314		.314		.314		.314		.314	.314	.314	
6		0.467	.467	.467	.467		.467	.467	.467		.467	.467		.467	.467	
7		0.713	.713		.713	.713	.713		.713	.713		.713		.713	.713	
8		0.299	.299		.299		.299		.299		.299		.299	.299	.299	
TOTAL		1.892	.099	1.793	.828	1.064	1.126	.766	.833	1.059	1.027	.865	.934	.958	1.525	.367
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		0.237	0.248	0.198	0.207	0.266	0.282	0.192	0.208	0.265	0.257	0.216	0.239	0.240	0.301	0.092
EFFECT			0.423	0.059	-0.090	0.057	-0.091	0.006	-0.289							

FIGURE 5.15 Response table for log s

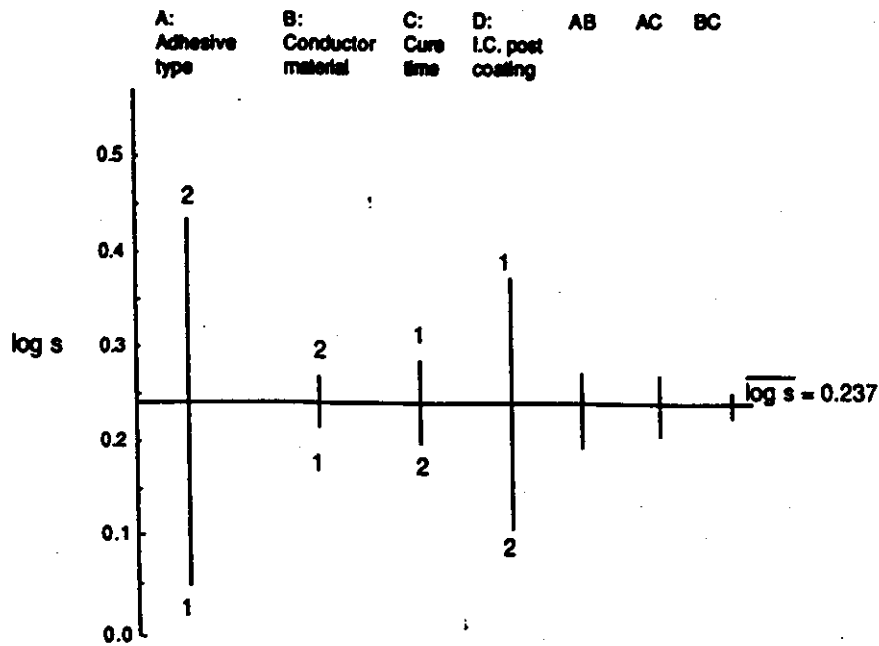


FIGURE 5.16 Plot of factor effects on log(s)

Smaller-is-better

$$s^2 = \sum(y - \bar{y})^2 / (n - 1)$$

$$s^2 = \sum(y - 0)^2 / (n - 1)$$

$$S/N \text{ ratio} = -10 \log(\sum y^2 / n)$$

Larger-is-better

$$S/N \text{ ratio} = -10 \log(\sum(1/y^2) / n)$$

Nominal-is-best

$$S/N \text{ ratio} = 10 \log(\bar{y}^2 / s^2)$$

Standard order number	Observed response values	Sample mean, \bar{y}	Sample standard deviation, s	Logarithm of standard deviation, $\log s$
1	73.0, 73.2, 72.8, 72.2, 76.2	73.48	1.57	0.196
2	87.7, 86.4, 86.9, 87.9, 86.4	87.06	0.71	-0.149
3	80.5, 81.4, 82.6, 81.3, 82.1	81.58	0.80	-0.097
4	79.8, 77.8, 81.3, 79.8, 78.2	79.38	1.41	0.149
5	85.2, 85.0, 80.4, 85.2, 83.6	83.88	2.06	0.314
6	78.0, 75.5, 83.1, 81.2, 79.9	79.54	2.93	0.467
7	78.4, 72.8, 80.5, 78.4, 67.9	75.60	5.17	0.713
8	90.2, 87.4, 92.9, 90.0, 91.1	90.32	1.99	0.299

FIGURE 5.13 Data from replicated example

Standard order number	$\sum(1/y^2)/n$	S/N ratio = $-10 \log(\sum(1/y^2)/n)$
1	0.0001854	37.32
2	0.0001320	38.79
3	0.0001503	38.23
4	0.0001588	37.99
5	0.0001423	38.47
6	0.0001586	38.00
7	0.0001771	37.52
8	0.0001227	39.11

FIGURE 5.17 S/N ratios for example data

Random Order Trial Number	Standard Order Trial Number	Response Observed Value y^*	A: Adhesive Type		B: Conductor Material		C: Cure Time		AB:		AC:		BC:		D: Post Coating	
			D2A	H+E	Cu	Ni	90min	120min							tin	silver
			1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1	1	37.32	37.32			37.32				37.32		37.32			37.32	37.32
2	2	38.79	38.79			38.79				38.79	38.79			38.79		38.79
3	3	38.23	38.23			38.23	38.23			38.23		38.23	38.23			38.23
4	4	37.99	37.99			37.99		37.99		37.99				37.99	37.99	
5	5	38.47		38.47	38.47			38.47		38.47				38.47		38.47
6	6	38.00		38.00	38.00			38.00	38.00			38.00	38.00			38.00
7	7	37.52		37.52		37.52	37.52			37.52	37.52			37.52		37.52
8	8	39.11		39.11		39.11				39.11		39.11			39.11	39.11
TOTAL		306.09	152.23	152.10	152.58	152.85	152.59	152.89	152.41	152.79	152.37	152.66	152.99	152.89	152.88	152.68
NUMBER OF VALUES		8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
AVERAGE		38.26	38.00	38.28	38.15	38.21	37.89	38.47	38.17	38.19	38.19	38.17	38.19	38.22	37.71	38.65
EFFECT			0.20	0.06	0.58	0.02	-0.02	0.08	0.94							

FIGURE 5.18 Response table for S/N ratios

Factor	Level 1	Level 2	Column
A. Liner O.D.	Changed	Existing	1
B. Liner die	Changed	Existing	2
C. Liner line speed	80% of existing	Existing	3
D. Liner tension	More	Existing	4
E. Wire diameter	Existing	Smaller	11
F. Coating die type	Changed	Existing	12
G. Screen pack	Denser	Existing	13
H. Cooling method	Changed	Existing	14
I. Line speed	70% of existing	Existing	15
J. Liner material	Changed	Existing	5
K. Wire braid type	Changed	Existing	6
L. Liner temperature	Preheated	Ambient	7
M. Braiding tension	Changed	Existing	8
N. Coating material	Changed	Existing	9
O. Melt temperature	Cooler	Existing	10

FIGURE 5.19 Factors and experimental levels

Standard order	Observed values				Mean	Standard deviation	S/N ratio	Log s
1	0.58	0.62	0.59	0.54	0.58	0.033	4.88	-1.48
2	0.34	0.32	0.30	0.41	0.34	0.048	9.24	-1.32
3	0.28	0.26	0.26	0.30	0.27	0.019	11.20	-1.72
4	0.13	0.17	0.21	0.17	0.17	0.033	15.27	-1.48
5	0.54	0.53	0.53	0.54	0.53	0.008	5.43	-2.22
6	0.48	0.49	0.44	0.41	0.45	0.037	6.82	-1.43
7	0.07	0.04	0.19	0.18	0.12	0.076	17.27	-1.12
8	0.08	0.10	0.14	0.18	0.12	0.044	17.67	-1.36
9	0.13	0.19	0.19	0.19	0.17	0.030	15.05	-1.52
10	0.24	0.22	0.19	0.25	0.22	0.026	12.91	-1.59
11	0.16	0.17	0.13	0.12	0.14	0.024	16.89	-1.62
12	0.13	0.22	0.20	0.23	0.19	0.045	14.03	-1.35
13	0.16	0.16	0.19	0.19	0.17	0.017	15.11	-1.77
14	0.07	0.09	0.11	0.08	0.09	0.017	21.04	-1.77
15	0.55	0.60	0.57	0.58	0.57	0.021	4.80	-1.66
16	0.49	0.54	0.46	0.45	0.48	0.040	6.26	-1.40

FIGURE 5.20 Experimental data and sample statistics

Run	Time	Temp	A: Liner O.D.	B: Liner Dia	C: Liner Length	D: Liner Tension	J: Liner Material	K: Wire Size	L: Liner Temp	M: Braze Traction	N: Coating Material	O: Melt Temp	E: Wire Diam.	F: Coating Dia	G: Screen Pch	H: Cool Method	I: Line Speed															
1	0.58	0.58	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1															
2	.34	.34			.34				.34								.34															
3	.27	.27			.27				.27								.27															
4	.17	.17			.17				.17								.17															
5	.53	.53			.53				.53								.53															
6	.45	.45			.45				.45								.45															
7	.12	.12			.12				.12								.12															
8	.12	.12			.12				.12								.12															
9	.17	.17			.17				.17								.17															
10	.22	.22			.22				.22								.22															
11	.14	.14			.14				.14								.14															
12	.19	.19			.19				.19								.19															
13	.17	.17			.17				.17								.17															
14	.09	.09			.09				.09								.09															
15	.57	.57			.57				.57								.57															
16	.48	.48			.48				.48								.48															
TOTAL	4/61	2.58	2.03	2.03	2.53	2.55	2.06	2.55	2.06	1.97	2.67	2.33	3.28	2.13	2.46	2.01	2.60	2.31	2.30	2.36	2.41	1.75	2.86	2.57	2.07	2.47	2.19	2.34	2.27	2.20	2.33	
STANDARD DEVIATION	1/6	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
AVERAGE	.29	.32	.25	.26	.32	.32	.26	.32	.26	.24	.33	.17	.41	.27	.31	.25	.33	.29	.29	.28	.30	.22	.36	.32	.26	.30	.27	.29	.28	.29	.29	
ERROR				.06																												

FIGURE 5.21 Response table for sample mean values

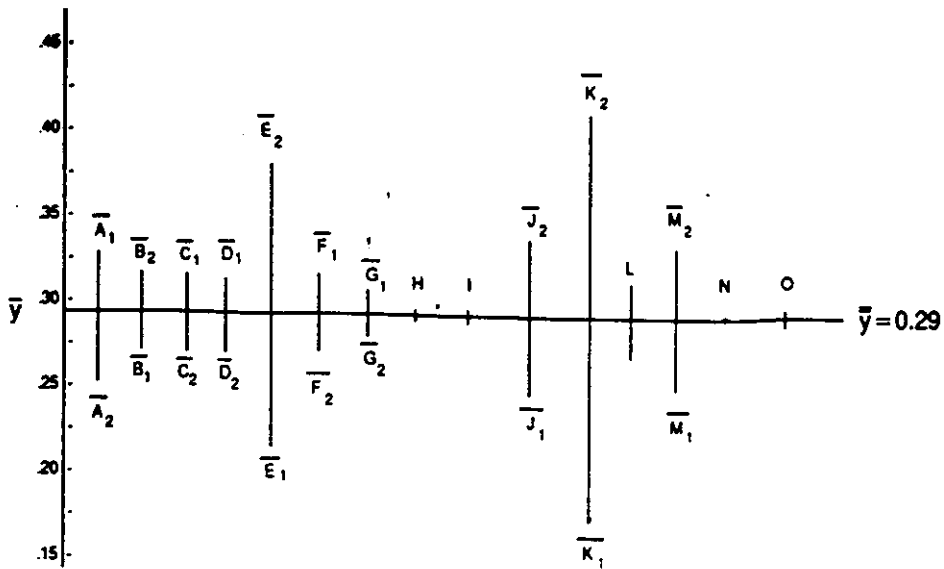


FIGURE 5.22 Estimated factor effects on sample means

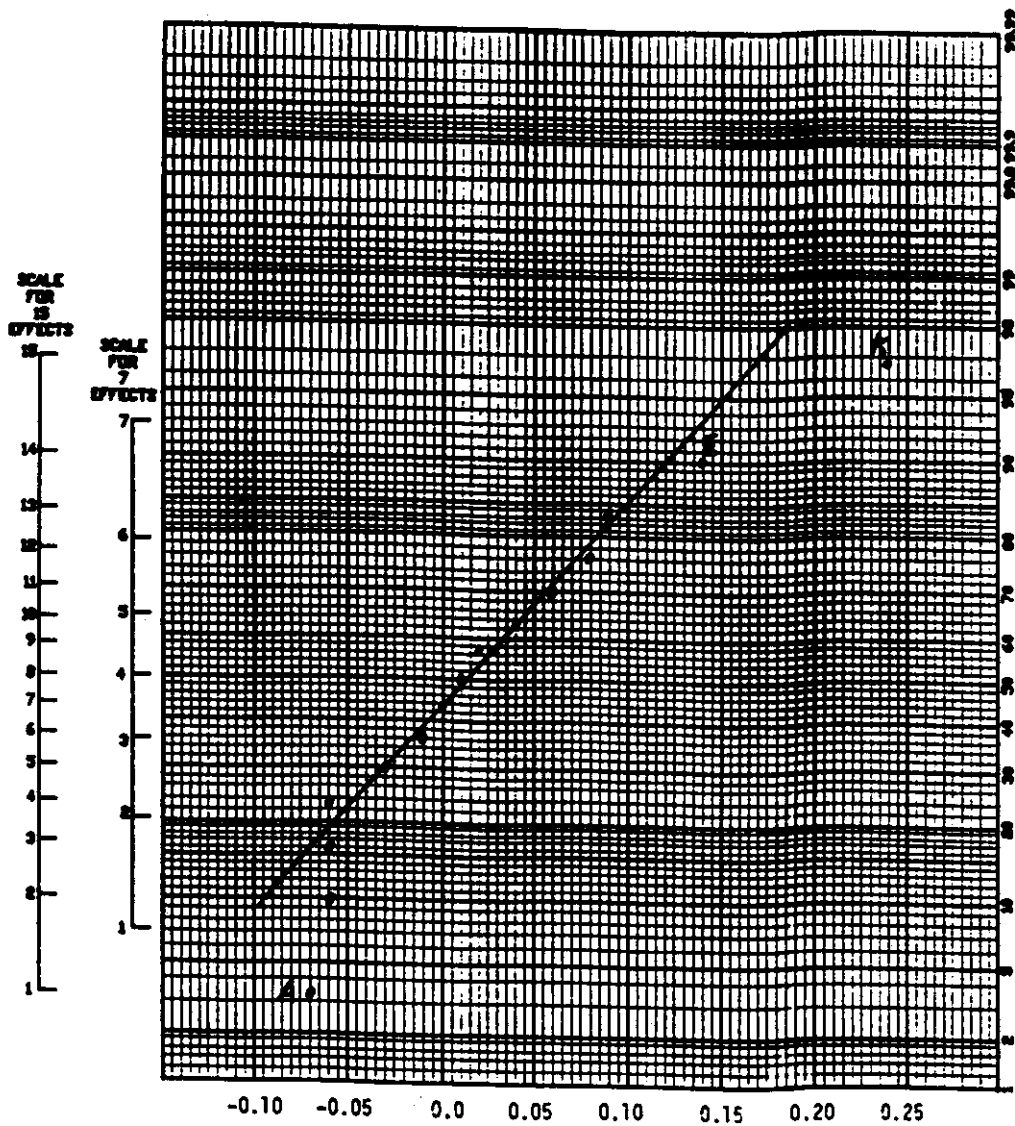


FIGURE 5.23 Normal probability plot for estimated effects on y

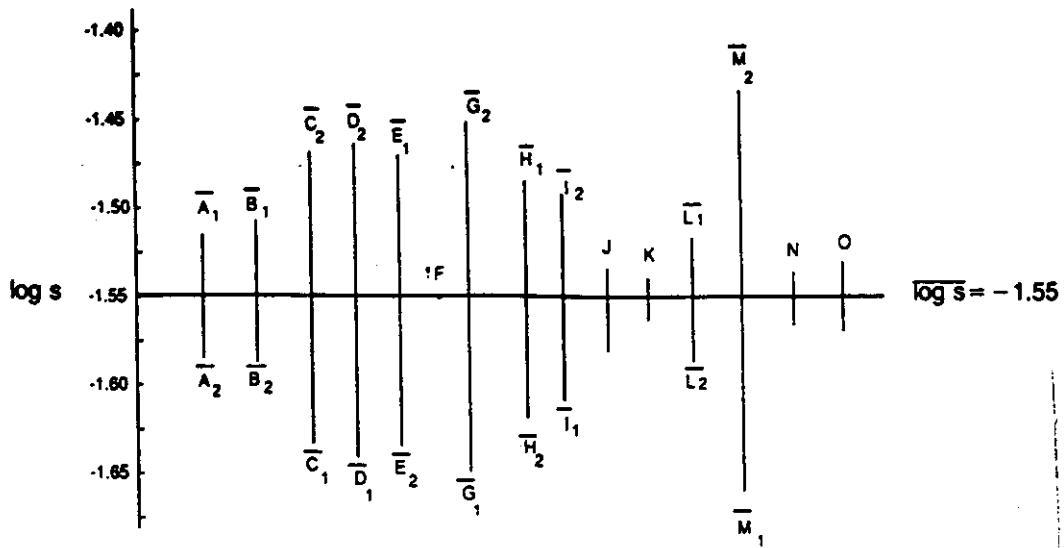


FIGURE 5.25 Estimated factor effects on $\log(s)$

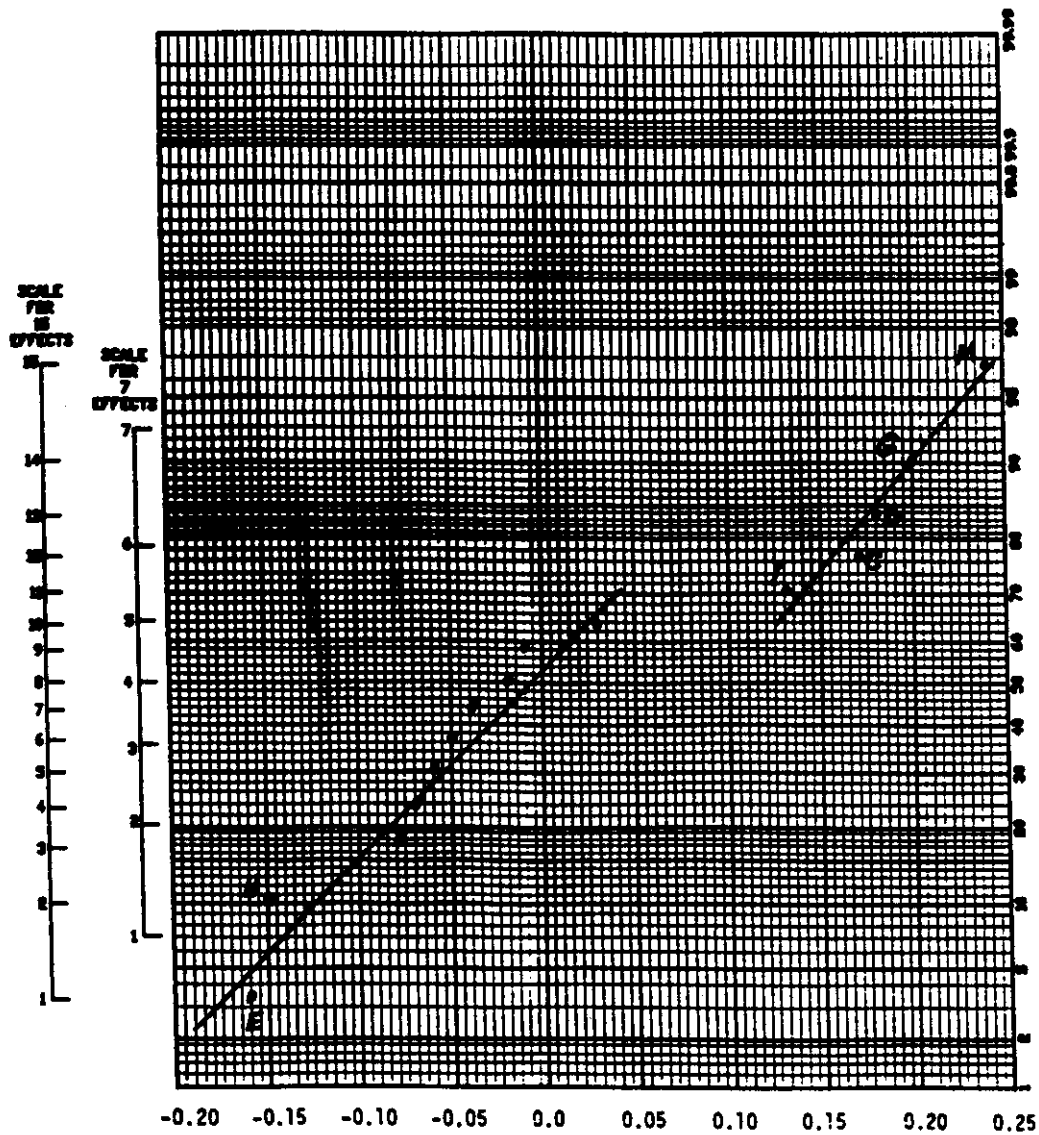


FIGURE 5.26 Normal probability plot for estimated effects on $\log s$

Run	Time	A	B	C	D	J	K	L	M	N	O	E	F	G	H	I															
1	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68	4.68															
2	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24															
3	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20	11.20															
4	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27	15.27															
5	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43	5.43															
6	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82	6.82															
7	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27	17.27															
8	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67	17.67															
9	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05	15.05															
10	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91	12.91															
11	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49	16.49															
12	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03	14.03															
13	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11	15.11															
14	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04	21.04															
15	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80	4.80															
16	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26	6.26															
TOTAL	193.47	67.58	65.88	69.07	94.40	90.28	103.19	90.28	103.24	105.88	87.60	125.51	100.46	92.82	106.69	87.88	94.04	99.41	99.97	98.50	115.78	77.79	87.21	106.25	100.49	91.80	99.56	94.51	98.44	95.08	
Standard Deviation	16	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Average	12.09	13.24	12.38	11.80	11.29	12.96	11.28	12.91	13.23	10.95	15.49	6.49	12.58	11.40	13.20	10.99	11.76	12.43	12.54	11.69	11.47	9.72	10.90	13.28	12.31	11.87	12.57	11.81	12.31	11.88	
Standard Error	2.29	-0.58	1.61	1.63	-2.28	-7.20	-0.98	-2.21	0.67	-0.81	-4.75	2.38	-0.44	-0.56	-0.43																

FIGURE 5.27 Response table for S/N ratios

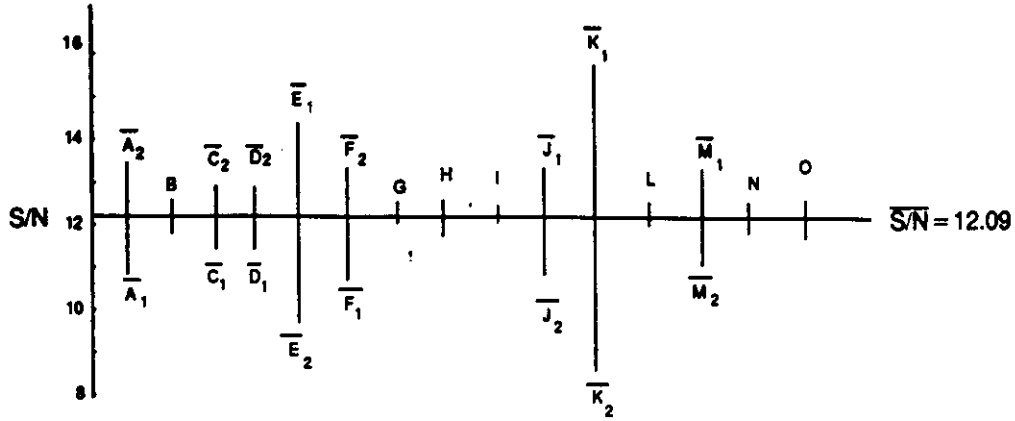


FIGURE 5.28 Estimated factor effects on S/N ratios

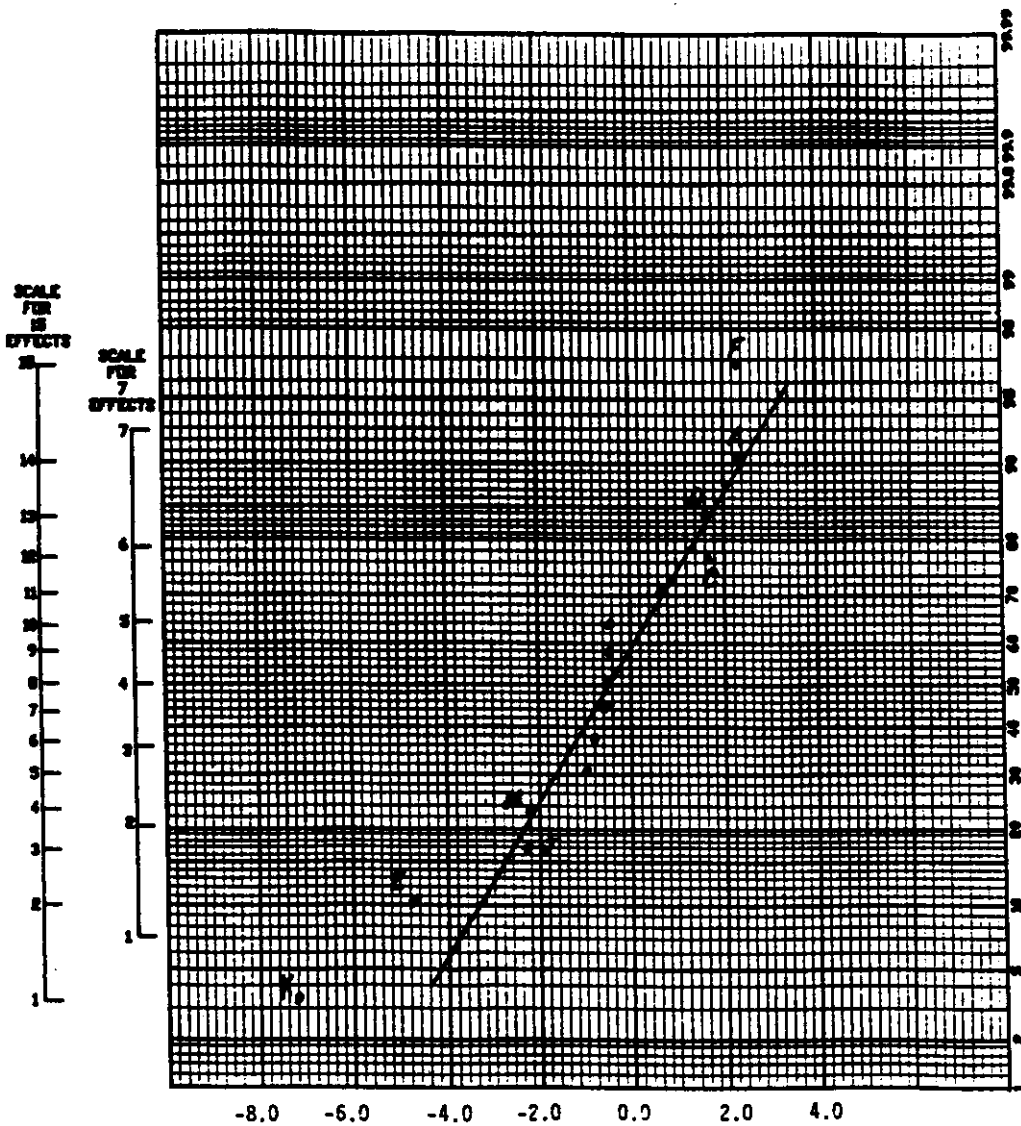


FIGURE 5.29 Normal probability plot for estimated effects on S/N ratio

<i>Factor</i>	LEVEL WHICH WILL OPTIMIZE:		
	\bar{y}	$\log s$	<i>S/N ratio</i>
A. Liner O.D.			(2)*
C. Linear line speed		(1)	(2)*
D. Linear tension		(1)	(2)*
E. Wire diameter	(1)	(2)	1
F. Coating die type			(2)*
G. Screen pack		(1)	
H. Cooling method		(2)	
I. Line speed		(1)	
J. Liner material			(1)*
K. Wire braid type	1		1
M. Braiding tension		(1)	(1)*

FIGURE 5.30 Summary of analyses of factor effects

Column	Factor	Estimated effect, E	E ²
1	A	5.9	34.81
2	B	10.4	108.16
3	C	6.1	37.21
4	D	-0.4	0.16
5	E	0.36	0.16
6	F	1.4	1.96
7	G	15.9	252.81
8	H	0.9	0.81
9	I	2.9	8.41
10	J	0.1	0.01
11	K	-12.9	166.41
12	L	8.1	65.61
13	M	-0.6	0.36
14	N	1.4	1.96
15	O	8.6	73.96

FIGURE 8.4 Estimated effects and their squares

Column	Factor	E ²	df	F
1	A	34.81	1	11.3
2	B	108.16	1	35.1
3	C	37.21	1	12.1
4	D	0.16	1	0.1
5	E	0.36	1	0.1
6	F	1.96	1	0.6
7	G	252.81	1	82.1
8	H	0.81	1	0.3
9	I	8.41	1	2.7
10	J	0.01	1	0.0
11	K	166.41	1	54.0
12	L	65.61	1	21.3
13	M	0.36	1	0.1
14	N	1.96	1	0.6
15	O	73.96	1	24.0
8-10	No effect	3.08	3	

FIGURE 8.5 ANOVA table for example