

## RIFERIMENTI PER LA COSTRUZIONE DELLE PRINCIPALI CARTE DI CONTROLLO

Carta R	LIC = $D_3 \bar{R}$	LSC = $D_4 \bar{R}$
Carta $\bar{X}$	LIC = $\bar{X} - A_2 \bar{R}$	LSC = $\bar{X} + A_2 \bar{R}$

Carta s	LIC = $B_3 \bar{s}$	LSC = $B_4 \bar{s}$
Carta $\bar{X}$	LIC = $\bar{X} - A_3 \bar{s}$	LSC = $\bar{X} + A_3 \bar{s}$

Carta $\tilde{X}$ (R)	LIC = $\bar{X} - A_6 \bar{R}$	LSC = $\bar{X} + A_6 \bar{R}$
--------------------------	-------------------------------	-------------------------------

Carta $\tilde{X}$ (s)	LIC = $\bar{X} - A_7 \bar{s}$	LSC = $\bar{X} + A_7 \bar{s}$
--------------------------	-------------------------------	-------------------------------

Carta EWMA	LIC = $\hat{X}_0 - \frac{3}{\sqrt{n}} \sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)}$	LSC = $\hat{X}_0 + \frac{3}{\sqrt{n}} \sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)}$
------------	---	---

La statistica di riferimento è:

$$\hat{X}_j = \lambda \bar{X}_j + (1 - \lambda) \hat{X}_{j-1}$$

Carta individuale

$$\hat{\sigma} = \frac{MR}{d_2} \quad \text{in cui} \quad MR = \sum_{i=1}^{n-1} |x_{i+1} - x_i| \cdot \frac{1}{n-1}$$

LIC = $\bar{X} - 3 \frac{MR}{d_2}$	LSC = $\bar{X} + 3 \frac{MR}{d_2}$
------------------------------------	------------------------------------

Carta p (n variabile)

LIC = $\bar{p} - 3 \sqrt{\frac{(\bar{p})(1-\bar{p})}{n_j}}$	LSC = $\bar{p} + 3 \sqrt{\frac{(\bar{p})(1-\bar{p})}{n_j}}$
---	---

Carta np (n costante)

LIC = $n\bar{p} - 3\sqrt{n(\bar{p})(1-\bar{p})}$	LSC = $n\bar{p} + 3\sqrt{n(\bar{p})(1-\bar{p})}$
--	--

Carta c (n costante)

LIC = $\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$	LSC = $\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$
-----------------------------------	-----------------------------------

Carta u (n variabile)

LIC = $\bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_j}}$	LSC = $\bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_j}}$	in cui $u_j = \frac{c_j}{n_j}$
---	---	--------------------------------

### INDICATORI DI PERFORMANCE

$$C_p = \frac{LSS - LSI}{6\hat{\sigma}}$$

in cui LSS è il Limite di Specificazione Superiore

$$C_{pk} = \text{minimum} \left[ \frac{LSS - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\hat{\mu} - LSI}{3\hat{\sigma}} \right]$$

in cui LSS è il Limite di Specificazione Superiore e LSI è il Limite di Specificazione inferiore

## TAVOLA PER LA COSTRUZIONE DELLE CARTE DI CONTROLLO

### APPENDIX 1: CONTROL CHART CONSTANTS\*

Sample Size (n)	Process Variation				Process Average				Process Standard Deviation		
	$D_3$	$D_4$	$B_3$	$B_4$	$A_2$	$A_3$	$A_6$	$A_7$	$d_2$	$c_4$	$d_3$
2	0	3.267	0	3.267	1.880	2.659	1.880	1.880	1.128	0.7979	0.853
3	0	2.574	0	2.568	1.023	1.954	1.187	1.067	1.693	0.8862	0.888
4	0	2.282	0	2.266	0.729	1.628	0.796	0.796	2.059	0.9213	0.880
5	0	2.114	0	2.089	0.577	1.427	0.691	0.660	2.326	0.9400	0.864
6	0	2.004	0.030	1.970	0.483	1.287	0.549	0.580	2.534	0.9515	0.848
7	0.076	1.924	0.118	1.882	0.419	1.182	0.509	0.521	2.704	0.9594	0.833
8	0.136	1.864	0.185	1.815	0.373	1.099	0.434	0.477	2.847	0.9650	0.820
9	0.184	1.816	0.239	1.761	0.337	1.032	0.412	0.444	2.970	0.9693	0.808
10	0.223	1.777	0.284	1.716	0.308	0.975	0.365	0.419	3.078	0.9727	0.797
11	0.256	1.744	0.321	1.679	0.285	0.927	0.350	0.399	3.173	0.9754	0.787
12	0.283	1.717	0.354	1.646	0.266	0.886	0.317	0.382	3.258	0.9776	0.778
13	0.307	1.693	0.382	1.618	0.249	0.850	0.306	0.368	3.336	0.9794	0.770
14	0.328	1.672	0.406	1.594	0.235	0.817	0.282	0.356	3.407	0.9810	0.763
15	0.347	1.653	0.428	1.572	0.223	0.789	0.274	0.346	3.472	0.9823	0.756
16	0.363	1.637	0.448	1.552	0.212	0.763	0.257	0.337	3.532	0.9835	0.750
17	0.378	1.622	0.466	1.534	0.203	0.739	0.250	0.329	3.588	0.9845	0.744
18	0.391	1.608	0.482	1.518	0.194	0.718	0.237	0.322	3.640	0.9854	0.739
19	0.403	1.597	0.497	1.503	0.187	0.698	0.231	0.315	3.689	0.9862	0.734
20	0.415	1.585	0.510	1.490	0.180	0.680	0.218	0.308	3.735	0.9869	0.729
21	0.425	1.575	0.523	1.477	0.173	0.663	0.215	0.303	3.778	0.9876	0.724
22	0.434	1.566	0.534	1.466	0.167	0.647	0.204	0.298	3.819	0.9882	0.720
23	0.443	1.557	0.545	1.455	0.162	0.633	0.202	0.292	3.858	0.9887	0.716
24	0.451	1.548	0.555	1.445	0.157	0.619	0.192	0.288	3.895	0.9892	0.712
25	0.459	1.541	0.565	1.435	0.153	0.606	0.191	0.284	3.931	0.9896	0.708

\*Values in this table were generated using MathCAD version 3.1 software.



Lo scopo di questo esercizio è studiare le possibili cause dei difetti di foratura facendo uso di una *carta di controllo per analisi di processo*. Come già spiegato, si faccia prima la carta di controllo per i dati complessivi, poi la carta di controllo stratificata per i due materiali. Si analizzino i dati forniti da ambedue le carte e li si riassuma per trarne ulteriori considerazioni.

a) *Carta di controllo utilizzante i dati complessivi*

Sono stati misurati giornalmente 5 valori (diametri del foro), cosicché li considereremo come sottogruppo. In altre parole, la grandezza del sottogruppo è  $n=5$  ed il numero dei sottogruppi è  $k=30$ . I dati sono già stati registrati su di un'adatta scheda di raccolta dati (tab. 13.12), su cui si traccino sul lato destro le colonne relative alla somma dei valori di ciascun sottogruppo, al loro valor medio  $\bar{x}$  e all'escursione  $R$  e si riportino in queste colonne i risultati calcolati.

Con riferimento al paragrafo 7.3 del capitolo 7, i calcoli possono essere eseguiti come segue:

1. sommare i valori di ciascun sottogruppo.

Per esempio, per il sottogruppo iniziale (14 settembre) si ha:

$$7 + 24 + 24 + 20 + 25 = 100$$

Sommare in modo analogo i dati per ciascuno di tutti i sottogruppi susseguenti e riportare i totali sulla scheda raccolta dati (tab. 13.12);

2. trovare i valori medi  $\bar{x}$ .

Per esempio, per il sottogruppo iniziale si ha:

$$\bar{x} = 100/5 = 20,0$$

Nello stesso modo trovare i valori medi dei sottogruppi seguenti e riportarne il valore sulla scheda raccolta dati;

3. trovare l'escursione  $R$ .

Per esempio, per il sottogruppo iniziale si ha:

$$R = 25 - 7 = 18$$

Si proceda nello stesso modo per i sottogruppi seguenti e si riportino sulla scheda raccolta dati i valori ottenuti;

4. trovare la media generale  $\bar{x}$ .

$$31,87$$

Tab. 13.12 — Scheda raccolta dati

Data	Materiale	foro (in 0,001 mm)					Totale	$\bar{x}$	R	
		1	2	3	4	5				
Set 14	F	7	24	24	20	25	100	20,0	18	
15	F	17	37	28	16	26	124	24,8	21	
16	F	12	22	40	36	34	144	28,8	28	
17	F	52	35	29	36	24	176	35,2	28	
19	F	28	28	34	29	48	167	33,4	20	
20	F	39	27	48	32	25	171	34,2	23	
21	F	36	21	31	22	28	138	27,6	15	
22	F	5	33	15	26	42	121	24,2	37	
23	F	50	34	37	27	34	182	36,4	23	
24	F	21	17	20	25	16	99	19,8	9	
26	F	34	18	29	43	24	148	29,6	25	
27	F	18	35	26	23	17	119	23,8	18	
28	F	10	28	19	26	21	104	20,8	18	
29	F	21	23	35	28	38	145	29,0	17	
30	F	27	41	15	22	23	128	25,6	26	
Ott 3	K	37	19	39	21	38	154	30,8	20	
4	K	37	46	22	26	25	156	21,2	24	
5	K	13	32	35	56	45	181	36,2	43	
6	K	9	51	25	37	39	161	32,2	42	
7	K	14	27	34	37	52	164	32,8	38	
8	K	30	51	34	36	28	179	35,8	23	
10	K	54	31	35	29	25	174	34,8	29	
11	K	45	21	38	38	31	173	34,6	24	
12	K	19	31	27	25	38	140	28,0	19	
13	K	25	45	41	36	43	190	38,0	20	
14	K	30	24	44	48	38	184	36,8	24	
15	K	64	32	32	42	42	212	42,4	32	
17	K	8	58	65	33	39	203	40,6	57	
18	K	38	37	50	37	33	195	39,0	17	
19	K	64	38	47	49	41	239	47,8	26	
Totale generale							954,2	764		

$$\bar{x} = \frac{954,2}{30} = 31,81$$

$$R = \frac{364}{25} = 14,56$$

5. trovare il valore medio dell'escursione  $\bar{R}$ .

$$\bar{R} = (18 + 21 + \dots + 26) / 30 = 764 / 30 \approx 25,5;$$

6. calcolare le linee limite di controllo.

Carta di controllo per le  $\bar{x}$

$$\text{Linea centrale} \quad LC = \bar{x} = 31,81$$

$$\begin{aligned} \text{Limite superiore di controllo} \quad LSC &= \bar{x} + A_2 \bar{R} = 31,81 + 0,577 \times 25,5 = \\ &\approx 31,81 + 14,71 \\ &= 46,52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Limite inferiore di controllo} \quad LIC &= \bar{x} - A_2 \bar{R} = 31,81 - 0,577 \times 25,5 = \\ &\approx 31,81 - 14,71 \\ &= 17,10 \end{aligned}$$

Carta di controllo per le  $R$

$$\text{Linea centrale} \quad LC = \bar{R} = 25,5$$

$$\text{Limite superiore di controllo} \quad LSC = D_4 \bar{R} = 2,115 \times 25,5 = 53,9$$

$$\text{Limite inferiore di controllo} \quad LIC = D_3 \bar{R} \text{ (manca)}$$

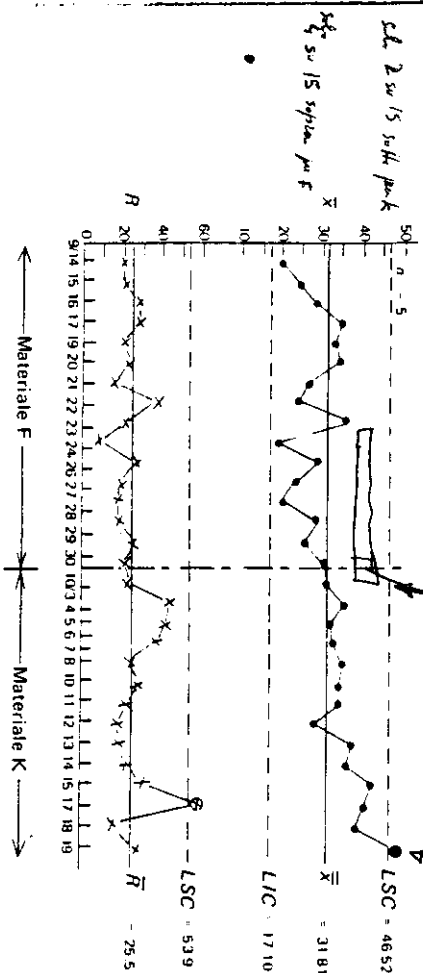
7. Compilare la carta di controllo, riportando su di essa i dati medianti punti e crocette ed unirli con segmenti.

L'intervallo tra le linee di controllo superiore ed inferiore sulla carta di controllo per le  $\bar{x}$  vale  $14,71 \times 2 = 29,42$  (1/1000 mm).

Se supponiamo che la lunghezza di un centimetro sul modulo uti-

Così influenza tutta  
l'efficienza dei  
valori (mesi)

24 e 4 mm. cioè 8 punti inferiori + 1 punto superiore



lizzato per carte di controllo abbia il valore di 10.000 (1/1000 mm), l'intervallo tra le linee di controllo sarà di circa 3 cm.

L'intervallo tra lo zero e la linea di controllo superiore della carta di controllo per le  $\bar{R}$  è pari a  $LSC = 53,9$  (1/1000 mm).

Di conseguenza, supponiamo che un centimetro sul modulo sia equivalente a 20,0 (1/1000 mm): l'intervallo sul modulo sarà quindi di circa 3 cm. Dopo avere compilato la carta di controllo, si scrivano i dati sugli assi, si colleghino tra loro i punti e le crocette e si traccino le linee  $\bar{x}$  ed  $R$ .

8. Aggiungere le altre voci necessarie.

Si scrivano le lettere  $\bar{x}$  ed  $R$  sul lato sinistro della carta di controllo ed  $n=5$  sul lato superiore sinistro. Poiché i materiali usati in settembre e ottobre sono stati differenti, bisogna indicare anche questo.

b) Carta di controllo utilizzando i dati stratificati per materiale

Poiché sappiamo che in settembre è stato utilizzato il materiale "F" ed in ottobre il materiale "K", possiamo tracciare una carta di controllo per ciascuno di essi. Il numero dei dati così stratificati sarà il 75 per ciascuno dei materiali, che è un po' poco per tracciare una carta di controllo. Considerando però che stavolta lo scopo principale è quello di confrontare i 2 materiali, si potrà ad ogni modo compilare la carta. Si otterrà una carta di controllo di  $n=5$  e  $k=15$ . La compilazione della carta di controllo sarà eguale a quella vista nel paragrafo precedente, cosicché l'esposizione del procedimento sarà qui fatta in modo semplificato.

1. Carta di controllo per il materiale "F" (fig. 13.31)

1. Trovare i totali,  $\bar{x}$  ed  $R$  per ciascun sottogruppo (ved. tab. 13.12).

2. Trovare la media generale  $\bar{x}$ .

$$\bar{x} = (20,0 + 24,8 + \dots + 25,6) / 15 = 413,2 / 15 = 27,55$$

3. Trovare il valore medio della escursione  $\bar{R}$

$$\bar{R} = (18 + 21 + \dots + 26) / 15 = 326 / 15 \approx 21,7$$

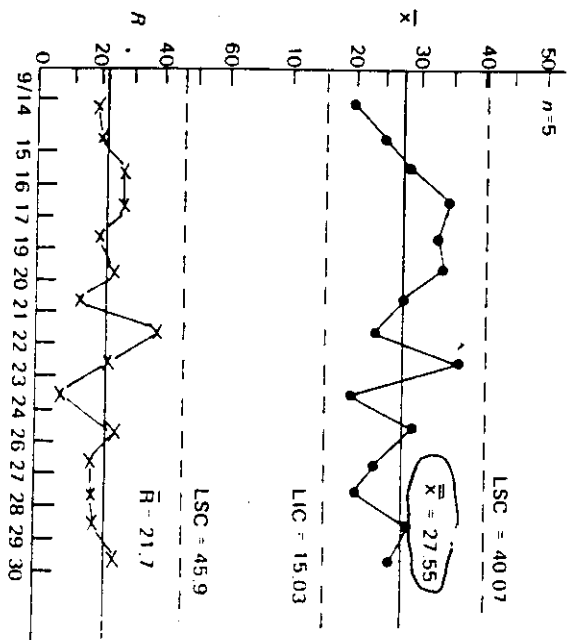


Fig. 13.31 - Carta di controllo per il materiale F.

4. Calcolare i limiti di controllo.

Carta di controllo per le  $\bar{x}$

$$LC = \bar{\bar{x}} = 27,55$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 27,55 + 0,577 \times 21,7 = \approx 27,55 + 12,52 = 40,07$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 27,55 - 0,577 \times 21,7 = \approx 27,55 - 12,52 = 15,03$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 27,55 + 0,577 \times 21,7 = \approx 27,55 + 12,52 = 40,07$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 27,55 - 0,577 \times 21,7 = \approx 27,55 - 12,52 = 15,03$$

Carta di controllo per le R

$$LC = \bar{R} = 21,7$$

$$LSC = D_4\bar{R} = 2,115 \times 21,7 = 45,9$$

$$LIC = (\text{manca})$$

5. Compilare la carta di controllo (fig. 13.31).

2. Carta di controllo per il materiale "K" (fig. 13.32)

1. Trovare i totali,  $\bar{x}$  ed R per ciascun sottogruppo (tab. 13.12).
2. Trovare la media generale  $\bar{\bar{x}}$   
 $\bar{\bar{x}} = (30,8 + 31,2 + \dots + 47,8)/15 = 541/15 = 36,07$
3. Trovare il valore medio dell'escursione  $\bar{R}$ .  
 $\bar{R} = (20 + 24 + \dots + 26)/15 = 438/15 = 29,2$
4. Calcolare i limiti di controllo.

Carta di controllo per le  $\bar{x}$

$$LC = \bar{\bar{x}} = 36,07$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 36,07 + 0,577 \times 29,2 = \approx 36,07 + 16,85 = 52,92$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 36,07 - 0,577 \times 29,2 = \approx 36,07 - 16,85 = 19,22$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 36,07 + 0,577 \times 29,2 = \approx 36,07 + 16,85 = 52,92$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 36,07 - 0,577 \times 29,2 = \approx 36,07 - 16,85 = 19,22$$

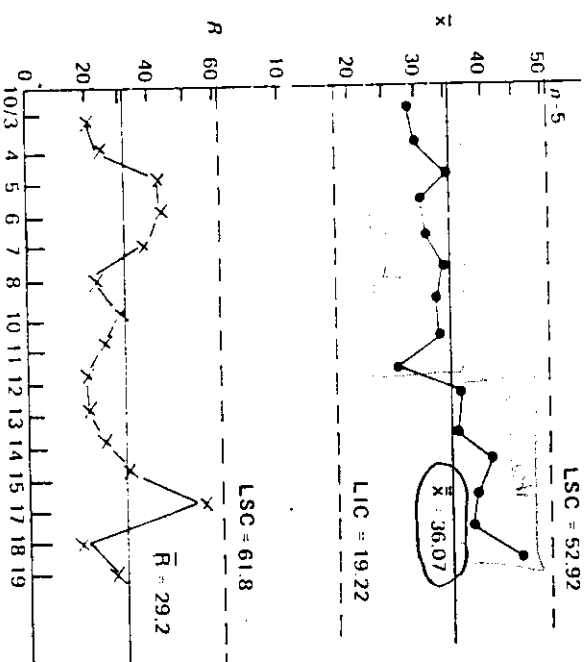


Fig. 13.32 - Carta di controllo per il materiale K.

*Carta di controllo per le R*

$$LC = \bar{R} = 29,2$$

$$LSC = D_4 \bar{R} = 2,225 \times 29,2 \approx 61,8$$

$$LIC = \text{manca}$$

5. Compilare la carta di controllo (fig. 13.32).

c) Studio

Dalle carte di controllo delle figg. 13.30, 13.31 e 13.32 si possono ricavare le informazioni qui di seguito riportate. Riguardo a come esaminare le carte di controllo, vedere il capitolo 8.

1. *Carta di controllo utilizzante i dati complessivi* (fig. 13.30)

a) Sia nella carta di controllo per le  $\bar{x}$  sia in quella per le  $R$  è stato trovato un punto al di fuori dei limiti. Una serie di 8 punti è stata trovata nella carta di controllo per le  $\bar{x}$  (tra il 24 settembre ed il 4 ottobre), con tendenza a salire giorno per giorno. Ciò indica un'anomalia nel processo produttivo.

b) La linea della carta di controllo per le  $\bar{x}$  durante il mese di settembre (materiale F) ha solo 4 punti su 15 dalla parte superiore rispetto alla linea centrale. Al contrario, durante il mese di ottobre sono stati riscontrati 13 punti su 15 dalla parte superiore rispetto alla linea centrale (materiale K). Ciò indica una differenza nei valori medi del processo produttivo.

Nella carta di controllo per le  $R$ , per il mese di ottobre (materiale K) si può osservare lo stesso andamento, ma la differenza è meno sensibile che non sulla carta di controllo per le  $\bar{x}$ .

Risulta quindi necessario stratificare separatamente i dati di settembre (materiale F) e quelli di ottobre (materiale K) e compilare le relative carte di controllo.

2. *Carte di controllo stratificate* (figg. 13.31 e 13.32)

c) Come si è potuto osservare con evidenza dalle figg. 13.31 e 13.32, i valori  $\bar{x}$  ed  $\bar{R}$  di ottobre (materiale K) sono più elevati su am-

bedue le carte di controllo per le  $\bar{x}$  e per le  $R$ , rispetto a quelli di settembre (materiale F). In particolare, i valori  $\bar{x}$  mostrano una notevole differenza sulle due carte di controllo per le  $\bar{x}$ .

d) Le carte di controllo mostrano in settembre (materiale F) una condizione di lavorazione sufficientemente sotto controllo: durante questo mese il processo di produzione può essere considerato normale.

e) Poiché in ottobre (materiale K) il valore di  $\bar{R}$  è elevato, il punto che in fig. 13.30 era fuori dalla linea LSC, adesso è invece entro i limiti. Però durante ottobre i valori della  $\bar{x}$ , con una serie di 9 punti seguita da una serie di 6 punti, hanno mostrato una chiara tendenza a crescere.

### 3. Sommario

a) Si nota una differenza significativa tra i dati raccolti in settembre (materiale F) ed in ottobre (materiale K). In ottobre (materiale K) il valor medio è più elevato, ma allo stadio attuale non è evidente se la causa consista nel materiale o in altri cambiamenti avvenuti tra un mese e l'altro.

b) La carta di controllo per le  $\bar{x}$  mostra in ottobre una quotidiana tendenza alla salita. Non si è in grado di determinare se la causa consista in manchevolezze del materiale stesso, in diminuita precisione della macchina utensile, o in circostanze ambientali. Di conseguenza, è importante effettuare in proposito uno studio di carattere tecnico.

È NECESSARIO EFFETTUARE UNO  
STUDIO DI CARATTERE TECNICO